

MATEMÁTICA

Módulo 1

Unidades 3 e 4

Pág. 49

Unidade 3

Equações do primeiro grau

Para início de conversa...

Você tem um telefone celular ou conhece alguém que tenha?

Você sabia que o telefone celular é um dos meios de comunicação que mais se populariza e que, em 2001, já tínhamos mais de 212 milhões no Brasil? Ou seja, há mais

celulares no Brasil do que brasileiros!

Escolher o celular, no entanto, pode não ser uma tarefa simples! São várias ofertas tanto de aparelhos quanto de planos e tem se tornado cada vez mais difícil fazer a melhor escolha. São muitos fatores que devem ser levados em consideração, mas vamos considerar aqui apenas a quantidade de minutos que utilizaremos por mês.

Observe, a seguir, alguns planos disponíveis:

Empresa	Quantidade de minutos disponíveis
A	120 min
B	90 min
C	110 min
D	0

Empresa	Valor fixo mensal
A	R\$ 96,90
B	R\$ 83,00
C	R\$ 89,90
D	0

Empresa	Valor que ser pago a cada minuto que exceder os minutos disponíveis
A	R\$ 0,59
B	R\$ 0,71
C	R\$ 0,65
D	R\$ 1,39

Tabela 1: Opções de planos para celulares,

oferecidos por empresas distintas. Os planos apresentam variações quanto ao preço, à quantidade de minutos disponíveis e ao valor a ser pago para cada minuto que exceder os minutos disponíveis pelo plano.

Pág. 50

Como poderíamos escolher o melhor plano de telefonia, a partir das situações apresentadas? Essa decisão dependerá da quantidade de minutos

que serão utilizados mensalmente. Então, qual seria a melhor alternativa para quem utiliza, por mês:

- a. 50 minutos.
- b. 100 minutos.
- c. 120 minutos.
- d. 200 minutos.

Objetivos de aprendizagem

- .Visualizar o princípio da igualdade numa equação;
- .Compreender estratégias para resolução de

equações do primeiro grau;

.Utilizar as propriedades das operações para resolver equações.

Pág. 51

Seção 1

A letra como Incógnita

Situação problema 1

Em equações matemáticas, utilizamos uma “letra” para representar valores que não conhecemos.

Dizemos, assim, que essa letra é a **incógnita** da equação.

Importante

Em Matemática, uma incógnita representa um valor que deve ser determinado por meio da resolução de uma equação ou inequação.

Normalmente, representam-se as incógnitas pela letra x .

O uso de letras na Matemática é importante para facilitar a

comunicação dentro de uma linguagem própria que essa ciência possui. Dessa maneira, a expressão: “qual o número que multiplicado por dois e adicionado a cinco tem 11 como resultado?” poderia ser substituída, simplesmente pela igualdade:

$$2x + 5 = 11$$

O resultado seria: o número procurado é 3.

Vamos utilizar a situação dos planos de telefonia,

citados anteriormente,
para exemplificar.
Observe o quadrinho a
seguir:





Figura 2: Essa é uma situação fictícia, mas muito comum. Muitas vezes, escolhemos o plano de celular a partir do preço que podemos pagar.

Pág. 52

Essa é uma situação fictícia, mas muito comum. Muitas vezes, escolhemos o plano de celular a partir do preço que podemos pagar. Observe como o vendedor pensou:

Vamos começar pelo plano D, uma vez que é o que apresenta minutos disponíveis sem valor fixo mensal.

Plano D: R\$1,39 por minuto.

Quantidade de minutos utilizados	Cálculo	Valor pago (em R\$)
10	$1,39 \times 10$	13,90
50	$1,39 \times 50$	69,50
100	$1,39 \times 100$	139,00
t	$1,39 \times \mathbf{t}$	160,00

O vendedor escreveu,
portanto: **$1,39 \times t = 160$**

Ou seja, o valor de cada minuto vezes a quantidade de minutos utilizados pelo comprador deve ser igual a R\$160,00.

Atividade

Qual seria a quantidade (t) de minutos que poderiam ser utilizados, gastando R\$160,00 por mês?

Plano B: R\$ 83,00 para utilizar 90 minutos e R\$

0,71 para cada minuto que exceder esses 90 minutos.

Quantidade de minutos utilizados	Cálculo	Valor pago
10	83	R\$ 83,00
50	83	R\$ 83,00
100	$83 + 0,71 \times (100 - 90)$	R\$ 90,10

120	$83 + 0,71 \times (120 - 90)$	R\$ 104,30
t	$83 + 0,71 \times (t - 90)$	R\$ 160,00

Pág. 53

Repare que quando a quantidade de minutos utilizados excede os 90 minutos do plano B, devemos realizar os cálculos da seguinte forma:

83 reais mais o valor da quantidade de minutos utilizados que excederam o plano. Isto é, no caso de 100 min:

$$100 \text{ min} - 90 \text{ min} = 10 \text{ min}$$

$$10 \text{ min} \times 0,71 \text{ reais} = 7,10 \text{ reais}$$

$$83 \text{ reais} + 7,10 \text{ reais} = 90,10$$

E nesse caso, qual seria a quantidade (t) de minutos

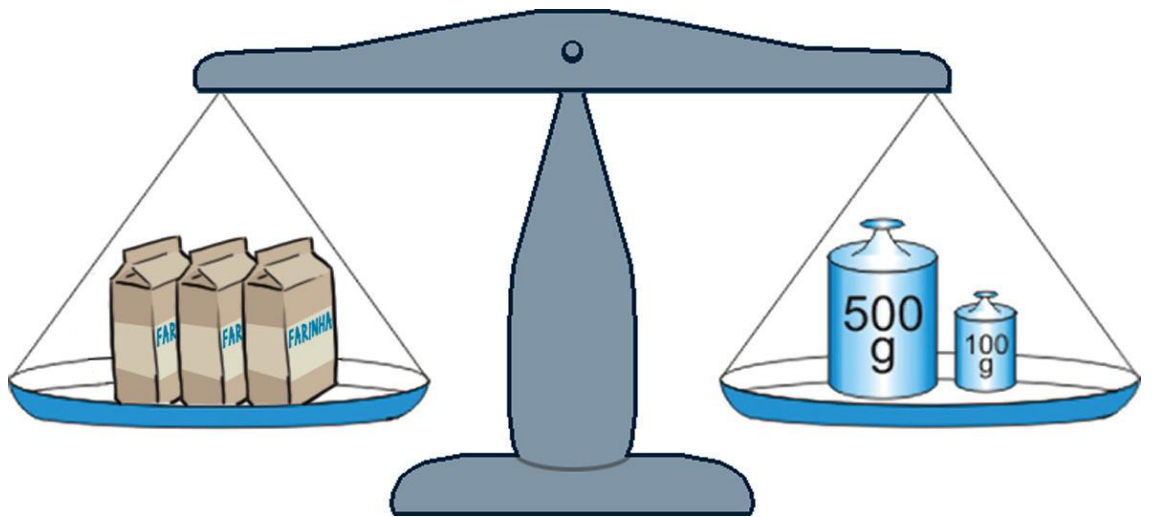
disponíveis para ser utilizado, gastando R\$160,00 por mês?

Seção 2

O princípio da igualdade

Para resolver uma equação, como as mostradas na seção anterior, é preciso recorrer ao princípio da igualdade. Para compreender melhor esse princípio, vamos utilizar como ponto de partida a

ideia existente no equilíbrio da balança de pratos. Por falar nisso, você já utilizou ou viu alguém utilizar uma balança de pratos? Elas eram muito comuns em armazéns de tempos atrás, antes do surgimento das balanças digitais. Ainda hoje, podemos encontrá-las em feiras livres.

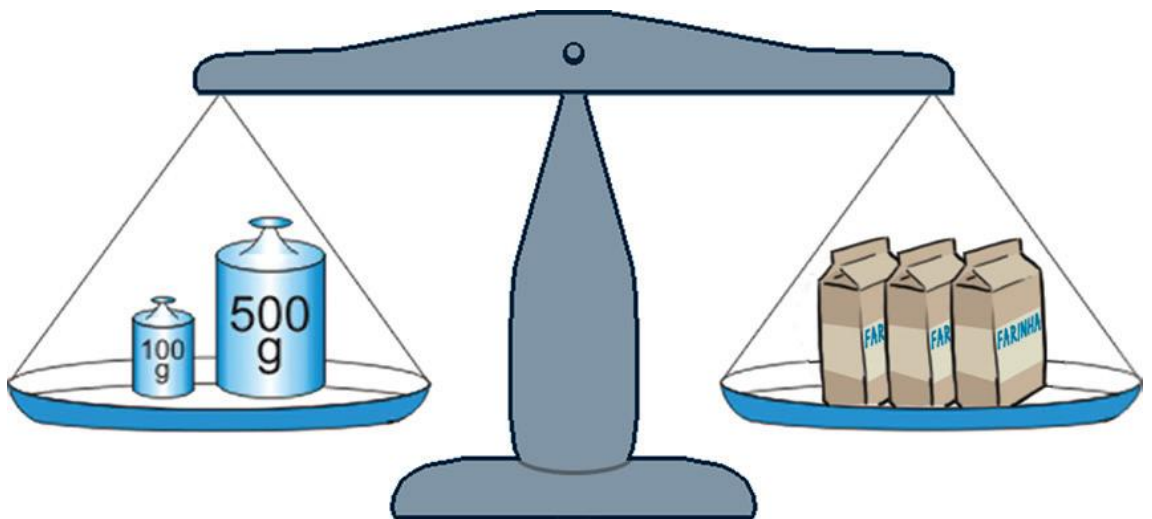


Pág. 54

Ela é utilizada para comparar massa. Observe que a balança mostrada está equilibrada, isto significa que os três sacos juntos pesam 600 g. Este equilíbrio pode ser mantido, ou seja, as massas dos dois pratos continuam sendo iguais

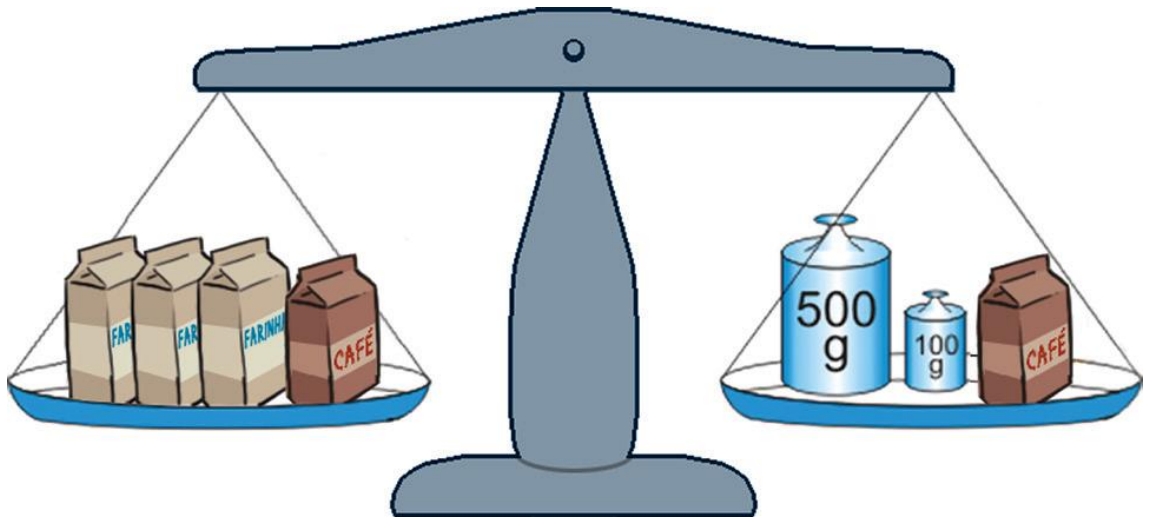
se ocorrerem algumas situações, como as mostradas a seguir:

1ª situação: se os elementos forem trocados de pratos.

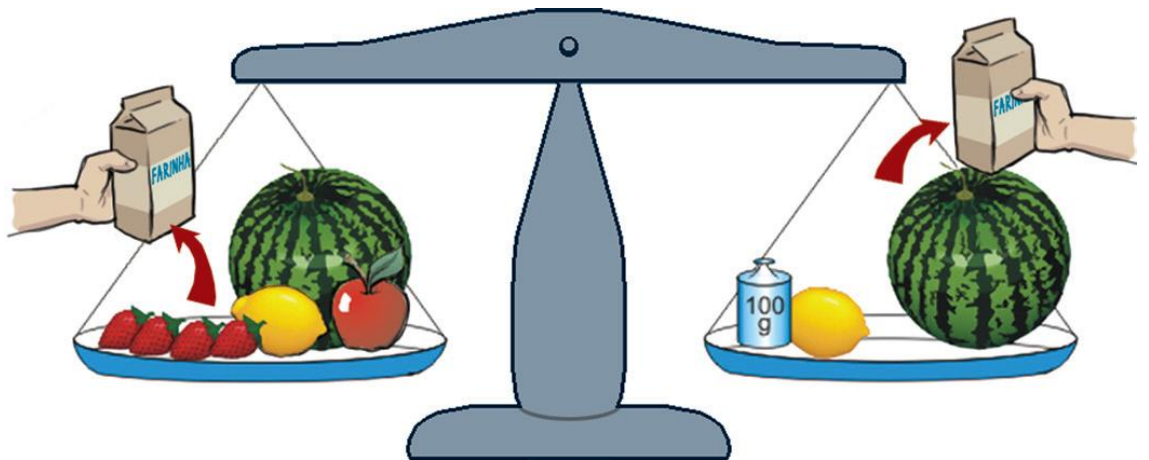
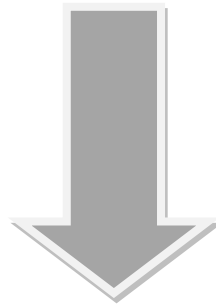
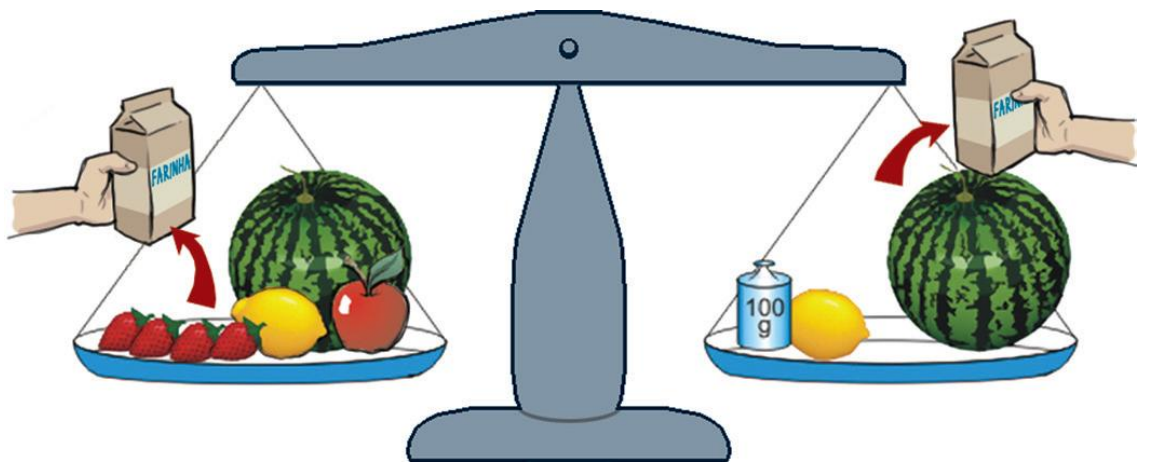


2ª situação: se acrescentarmos outros elementos de mesma

massa a cada um dos pratos.

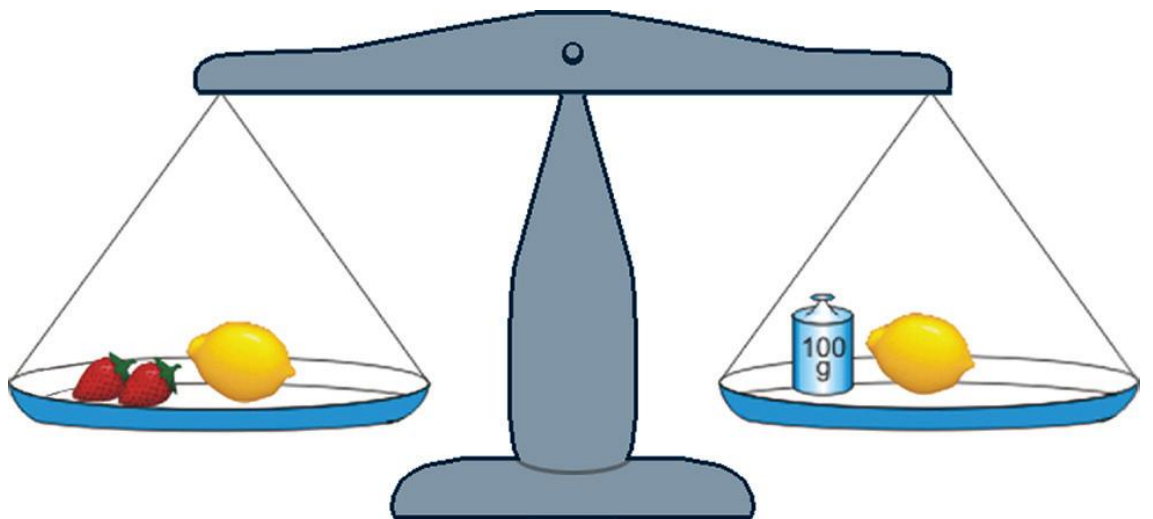
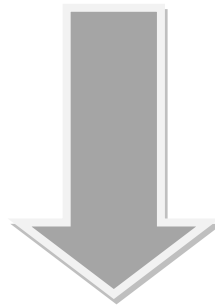
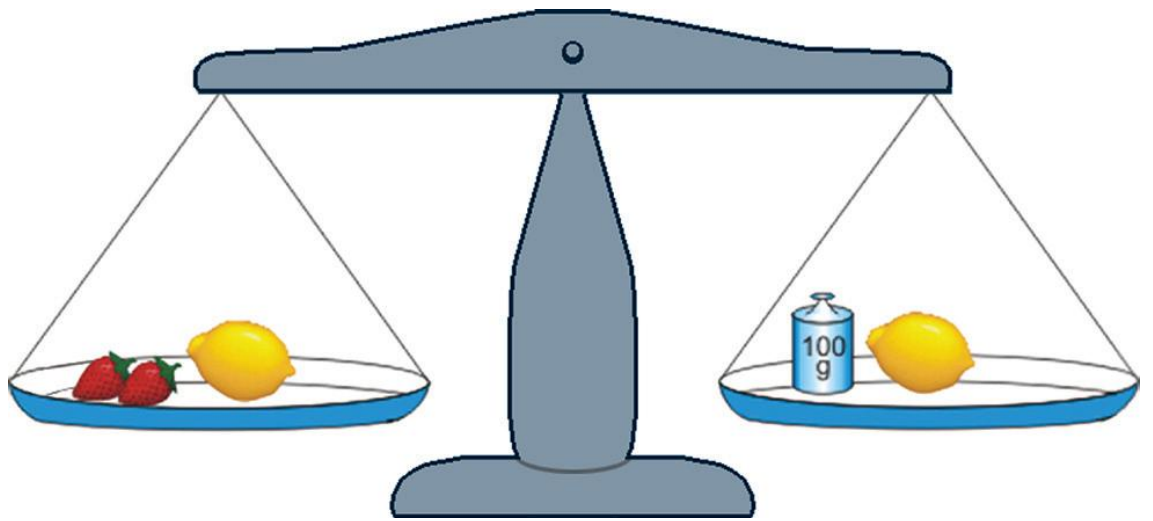


3ª situação: se retirarmos elementos de mesma massa de cada um dos pratos.

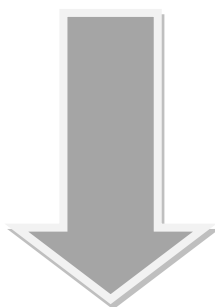
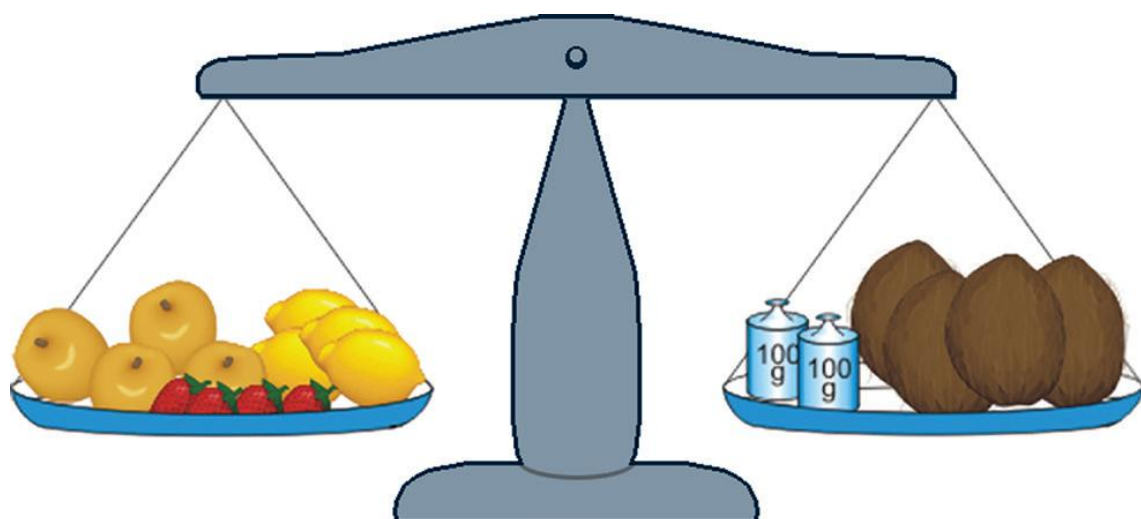


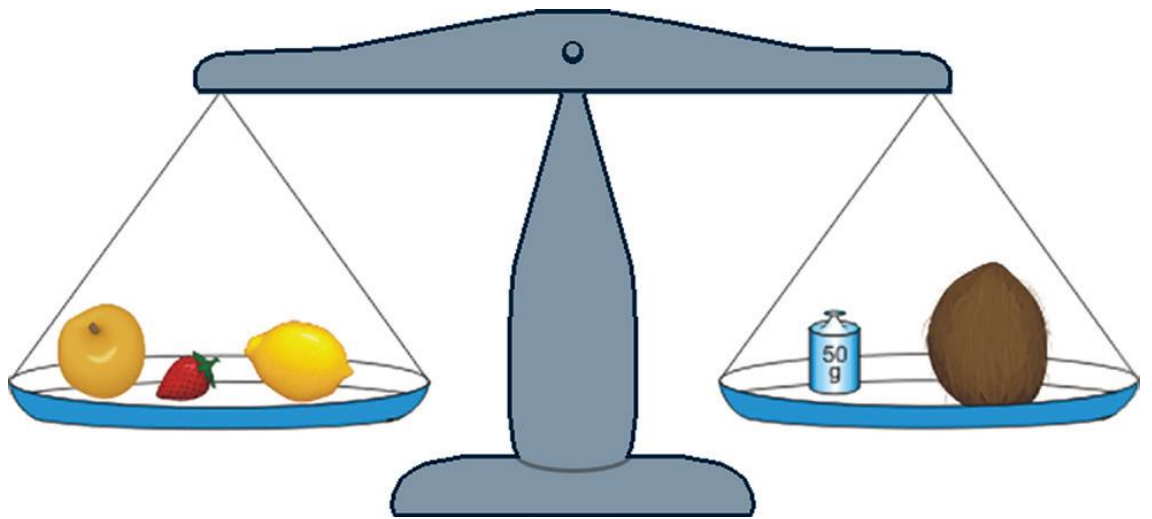
Pág. 55

4ª situação: se multiplicarmos os elementos existentes em cada um dos pratos pelo mesmo valor.



5ª situação: se dividirmos os elementos existentes em cada um dos pratos pelo mesmo valor.





Embora as situações com uso de balanças mostradas acima só sejam possíveis de serem feitas quando tratamos de números positivos, uma vez que não existem medidas de massa negativas, a ideia de equilíbrio da balança pode

ser utilizada em qualquer equação, substituindo a ideia de equilíbrio pela ideia de igualdade. As situações, portanto, passam a compor o que denominamos princípio da igualdade nas equações. É possível trazer essas propriedades de igualdade da balança para uma equação qualquer. Vejamos como procederíamos para solucionar a equação abaixo de acordo com essa propriedade:

$$5x + 230 = 2x - 130$$

Perceba que, como na balança, um lado da equação precisa ser igual ao outro.

1. Como queremos calcular o valor de x , vamos isolá-lo no primeiro membro da igualdade. Para tal, temos de subtrair $2x$ a ambos os lados da igualdade para que ela não se altere (como na balança de dois pratos).

a. $5x - 2x + 230 = 2x - 2x - 130$

b. Obtemos a equação equivalente: **$3x + 230 = -130$** .

Para eliminar 230 do primeiro membro, subtraímos 230 aos dois lados da equação, que é o mesmo que somar o simétrico de 230.

Pág. 56

c. Temos: $3x + 230 - 230 = -130 - 230$.

d. Obtemos igualdade: $3x = -360$.

2. Se $3x$ valem -360 ; então, $1x$ valerá -120 . O que é o mesmo que dividirmos ambos os membros da equação por 3.

a. $3x/3 = (-360)/3$

b. $x = -120$

Então o valor de x que satisfaz à equação $5x + 230 = 2x - 130$ é $x = -120$.

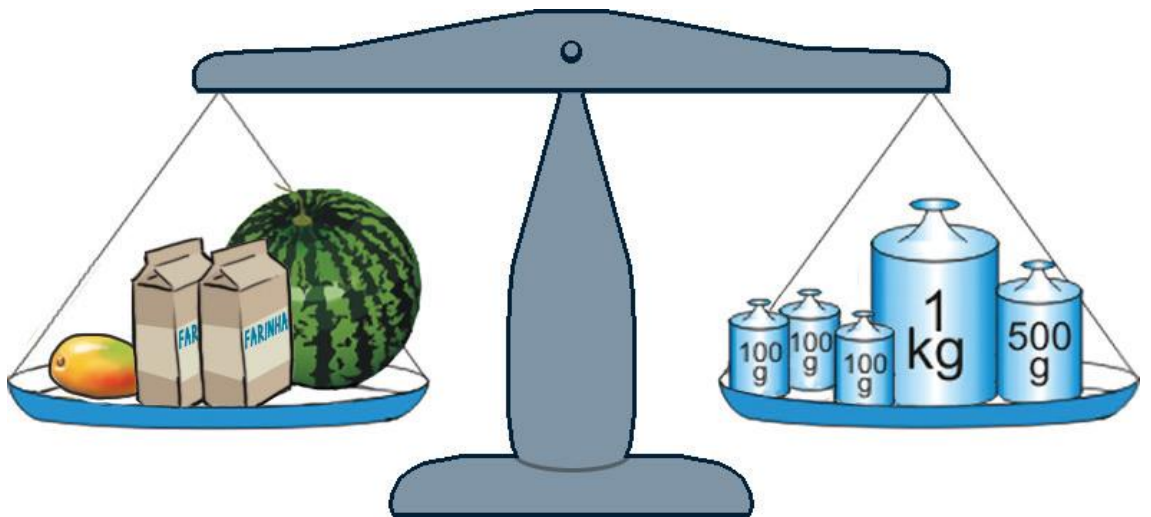
Importante

No dia a dia, é comum falarmos que estamos pesando a carne, os

legumes, enfim, tudo que compramos por quilograma ou grama, o que nos leva a acreditar que pagamos esses itens pela medida de seu peso. Entretanto, as balanças utilizadas nos supermercados, mercearias, açougues etc. dão-nos a medida da massa do que está sendo pesado. Você estudará as diferenças entre massa e peso em Física.

Situação problema 2

Agora que você já viu várias possibilidades de simulações com balanças e resolvemos uma equação, observe a balança a seguir:



Suponha que os elementos possuam as seguintes massas:

.manga: 50 g

.Melancia: 1.250 g

Pág. 57

Atividade

Quanto deverá pesar cada saco de farinha, sabendo que a balança está em equilíbrio?

Observe que, neste caso, não conhecemos a massa do saco de farinha. Nesta situação, podemos dizer que a sua massa é uma incógnita. Assim, se denominarmos a massa

de cada saco de farinha por x , poderemos escrever esta situação da seguinte forma:

$$50 + 1250 + 2x = 1.800$$

Esta expressão matemática traduz a frase: a massa de uma manga somada com a massa de uma melancia e com a massa de dois sacos de farinha é equivalente a 1.800 gramas.

Atividade

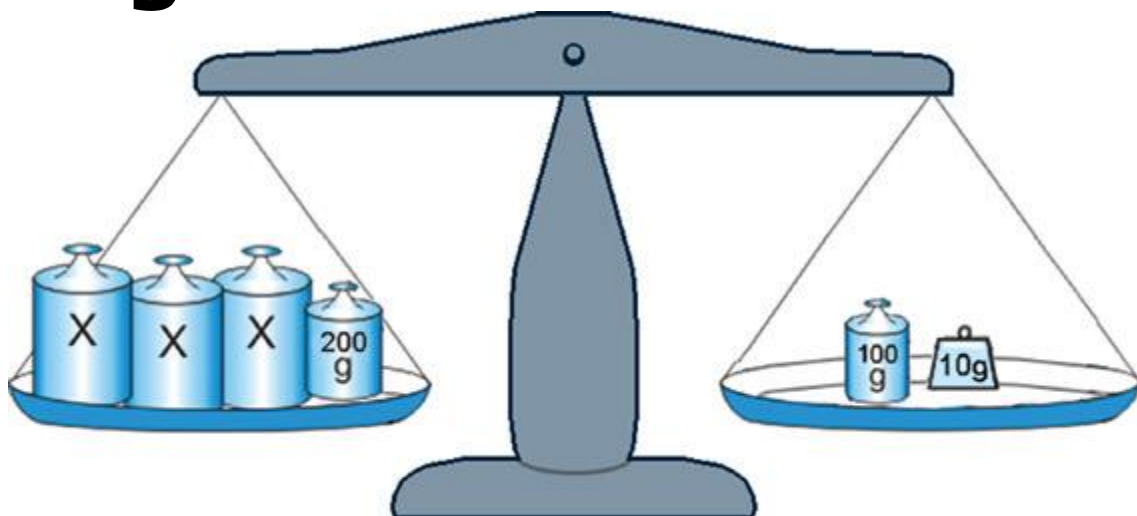
Encontre uma estratégia de resolução da equação e registre-a.

Saiba Mais

Quando os números são negativos

A balança é uma boa analogia com o princípio da igualdade, utilizado nas equações. No entanto, ela não se aplica a qualquer situação. Por exemplo, na equação: **$3x + 200 \text{ g} = 110 \text{ g}$**

Pág. 58



Ao retirarmos 200 gramas de ambos os lados da balança ficaríamos com:

$$3x + 200 \text{ g} - 200\text{g} =$$

$$100 \text{ g} - 200\text{g}$$

$$3x = - 90\text{g}$$

$$x = - 30\text{g}$$

Assim teríamos pesos negativos, o que não condiz com a realidade. A

solução dessa equação, $x = -30$, é um número inteiro negativo. Outras equações não têm solução dentro do conjunto dos números inteiros. Por exemplo: $2x - 10 = 5$, cuja solução é $x = 15/2$. Nesse caso, a solução pertence a outro conjunto numérico, denominado Conjunto dos **Números Racionais**.

Números Racionais

São todos os números que podem ser escritos em forma de fração. Veja alguns exemplos de números racionais:

$\frac{2}{3}$; $\frac{11}{5}$; 0,2, pois pode

ser escrito como $\frac{2}{10}$ ou

$\frac{1}{5}$; 5, pois pode ser escrito

como $\frac{5}{1}$. Veja, portanto,

que um número inteiro

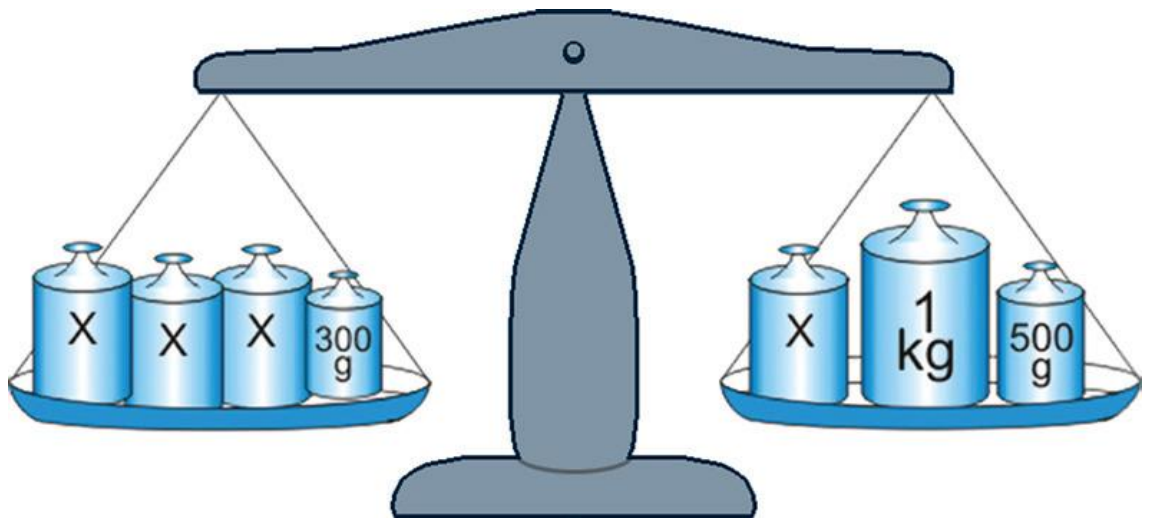
também é um número racional.

Agora que você já viu algumas estratégias para resolução de equações, é hora de exercitar um pouco do que aprendeu. Lembre-se que comparar as igualdades com o equilíbrio entre duas balanças sempre é um bom ponto de partida.

Pág. 59

Atividade 1

Observe a balança abaixo.



Qual o valor de x para que ela esteja em equilíbrio?

Atividade 2

A seguir são apresentadas algumas equações para que você possa resolver, utilizando as estratégias

aqui apresentadas ou outras que já tenha conhecimento.

a. $8x - 150 = 3x - 400$

b. $5x - 8 = x - 24$

c. $350 - 3x = 200$

Pág. 60

Atividade 3

Como vimos nas atividades anteriores, as equações podem ter solução nos diversos conjuntos numéricos, tais como: Naturais, Inteiros, Racionais e Reais.

Resolva as equações abaixo. Verifique a quais

conjuntos numéricos pertencem as soluções encontradas.

a. $7x = 4x + 90$

b. $5x - 20 = x - 76$

c. $\frac{x}{2} - 3 = x + 2$

d. $\frac{x - 2}{2} + 1 = \frac{x}{3} - 4$

e. $3 - \frac{x - 3}{4} = 2x + 2$

f. $6(34 + 2x) = 2(5x - 50)$

g. $3(5x - 180 + 45) = -4(x - 72)$

Momento de reflexão

As equações são de extrema importância, tanto para a Matemática como para outras áreas do conhecimento que fazem uso delas, como é o caso da Física. Aprender os conceitos envolvidos em sua solução é, portanto, fundamental. Para que as estratégias de resolução de equações fiquem sedimentadas são necessárias duas coisas:

1. compreender o princípio da igualdade;
2. praticar a resolução de equações.

Pág. 61

Assim, nesse momento, propomos que você retorne às discussões feitas nesta unidade e às atividades que realizou e anote suas descobertas e confirmações. Procure em livros didáticos ou outras fontes, novas equações para resolver. Você verá

que aos poucos tudo se tornará mais fácil.

Voltando à conversa inicial...

Nesta unidade, trabalhamos os procedimentos de resolução das equações e seu uso na resolução de problemas.

Voltando ao problema, proposto inicialmente sobre a escolha por um plano de celular, você viu que são várias as ofertas, o que torna a melhor

escolha cada vez mais difícil. Ao optar por levar em consideração como fator de escolha a quantidade de minutos que são utilizados pelo telefone por mês, deparamo-nos com a seguinte tabela:

Empre- sa	Quantida- de de minutos disponí- veis	Valor fixo mensal (R\$)
A	120 min	96,90

B	90 min	83,00
C	110 min	89,90
D	0	0

Empre- sa	Valor a ser pago para cada minuto que exceder os minutos disponíveis
A	R\$ 0,59
B	R\$ 0,71

C	R\$ 0,65
D	R\$ 1,39

Como escolher o melhor plano de telefonia, a partir das situações apresentadas? Vejamos qual seria a melhor alternativa para quem utiliza, por mês:

a. 50 minutos

Cálculo	Valor a ser pago
-	R\$ 96,90
-	R\$ 83,00

-	R\$ 89,90
1,39 x 50	R\$ 69,50

Melhor opção: Plano D

b. 100 minutos

Cálculo	Valor a ser pago
-	R\$ 96,90
83 + 0,71x10	R\$ 90,10
-	R\$ 89,90
1,39 x 120	R\$ 166,80

Melhor opção: Plano C

c. 120 minutos

Cálculo	Valor a ser pago
-	R\$ 96,90
$83 + 0,71 \times 30$	R\$ 104,30
$89,90 + 0,65 \times 10$	R\$ 96,40
$1,39 \times 120$	R\$ 166,80

Melhor opção: Plano C

d. 200 minutos

Cálculo	Valor a ser pago
$96,90 + 0,59 \times 80$	R\$ 144,10
$83 + 0,71 \times 110$	R\$ 161,10
$89,90 + 0,65 \times 90$	R\$ 148,40
$1,39 \times 200$	R\$ 278,00

Melhor opção: Plano A

Veja ainda

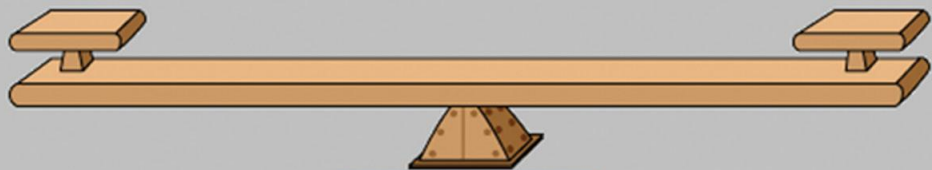
Quer exercitar um pouquinho mais a ideia de equilíbrio que utilizamos para compreender o princípio da igualdade entre equações? Você pode fazer isso na Internet.

Acesse o site:
nlvm.usu.edu e clique no quadro destacado.

Pág. 63

Click and drag quantities from bins to balance beam pans to represent the equation.

$$3x + 3 = 2x + 5$$



Continue

Clear

Create Problem

New Problem

National Library of Virtual Manipulatives

nlvm.usu.edu

Esta página está em inglês | Deseja traduzi-la? Traduzir Não Nunca traduzir do inglês

National Library of Virtual Manipulatives

Cliquez ici pour visiter ce site web en français

Utah State University

Virtual Library About eNLVM Buy Now! Search

Download New Free Trial Version 3.0!

Index	Pre-K – 2	3 – 5	6 – 8	9 – 12
Number & Operations				
Algebra				
Geometry				
Measurement				
Data Analysis & Probability				

Credits | Contact | © 1999-2010 Utah State University. All Rights Reserved.
English | Español | Français | 中文

Surgirá a seguinte janela.
Selecione o item em destaque:

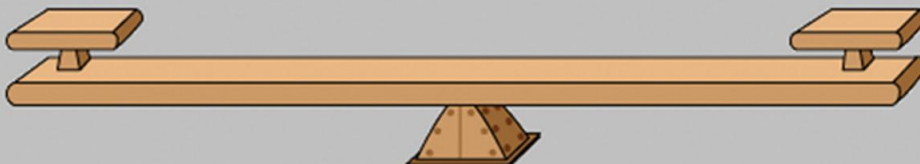
The screenshot shows a web browser window with the URL `nlvm.usu.edu/en/nav/category_g_4_t_2.html`. The page header includes the National Library of Virtual Manipulatives logo and the Utah State University logo. Below the header, there are navigation links: [Virtual Library](#), [About](#), [eNLVM](#), and [Buy Now!](#), along with a search bar and a [Search](#) button. A green button labeled [Download New Free Trial Version 3.0!](#) is also visible.

The main content area is titled **Algebra (Grades 9 - 12)** and contains the text: "Virtual manipulatives for *Algebra*, grades 9 - 12." Below this text is a list of manipulatives, each with a small icon and a description:

- Algebra Balance Scales** - Solve simple linear equations using a balance beam representation. (This item is highlighted with a red box.)
- Algebra Balance Scales - Negatives** - Solve simple linear equations using a balance beam representation.
- Algebra Tiles** - Visualize multiplying and factoring algebraic expressions using tiles.
- Base Blocks** - Illustrate addition and subtraction in a variety of bases.
- Block Patterns** - Analyze sequences of figures using pictures, tables, plots, and graphs.
- Coin Problem** - Use deduction to find the counterfeit coin.
- Fifteen Puzzle** - Solve this virtual version of the classical fifteen puzzle by arranging its tiles.
- Function Machine** - Explore the concept of functions by putting values into this machine and observing its output.

A atividade aparecerá: **Pág. 64**

Click and drag quantities from bins to balance beam pans to represent the equation.

$$3x + 3 = 2x + 5$$


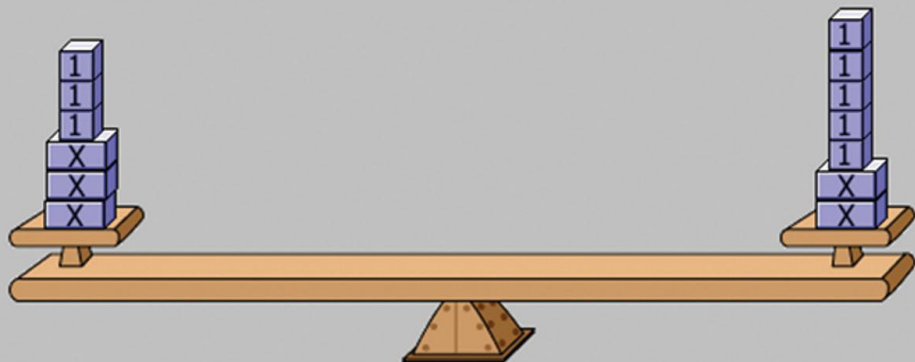
Continue

Clear Create Problem New Problem

Você deve colocar em cada lado da balança o que está em cada lado da igualdade. Assim:

Click and drag quantities from bins to balance beam pans to represent the equation.

$$3x + 3 = 2x + 5$$



Continue

Clear

Create Problem

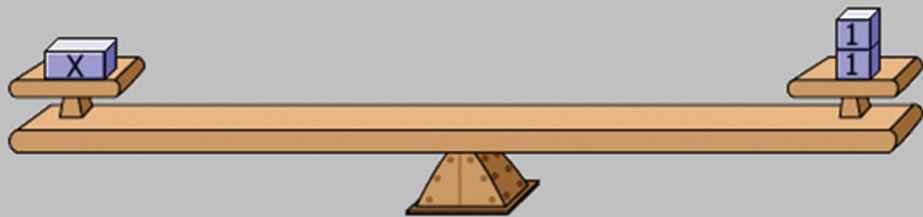
New Problem



Agora basta utilizar o princípio da igualdade. Neste caso, retiraremos a mesma coisa dos dois lados, até que sobre apenas x em um lado da balança.

Click and drag quantities from bins to balance beam pans to represent the equation.

$$3x + 3 = 2x + 5$$



Continue

Clear

Create Problem

New Problem



Logo, x é igual a 2.
Experimente outras possibilidades.

Referências

Livros

.BAUMGART, J. K.
Álgebra. Trad. Hygino H.
Domingues. São Paulo:
Atual, 1992, 112p.
(Tópicos de história da
matemática para uso em
sala de aula, V. 4).

.TELES, R. A. de M. A
Aritmética e a Álgebra na
Matemática Escolar.
Educação Matemática em
Revista, São Paulo:
SBEM, ano 11, n. 16,
2004, pp.8-15.

Pág. 67

O que perguntam por aí?

Atividade 1 (ENEM 2011)

O prefeito de uma cidade deseja construir uma rodovia para dar acesso a outro município. Para isso, foi aberta uma licitação na qual concorrem duas empresas. A primeira cobrou R\$ 100 000,00 por km construído (n),

acrescidos de um valor fixo de R\$ 350 000,00, enquanto a segunda cobrou R\$ 120 000,00 por km construído (n), acrescidos de um valor fixo de R\$ 150 000,00. As duas empresas apresentam o mesmo padrão de qualidade dos serviços prestados, mas apenas uma delas poderá ser contratada.

Do ponto de vista econômico, qual equação possibilitaria encontrar a extensão da rodovia que

tornaria indiferente para a prefeitura escolher qualquer uma das propostas apresentadas?

A. $100n + 350 = 120n + 150$

B. $100n + 150 = 120n + 350$

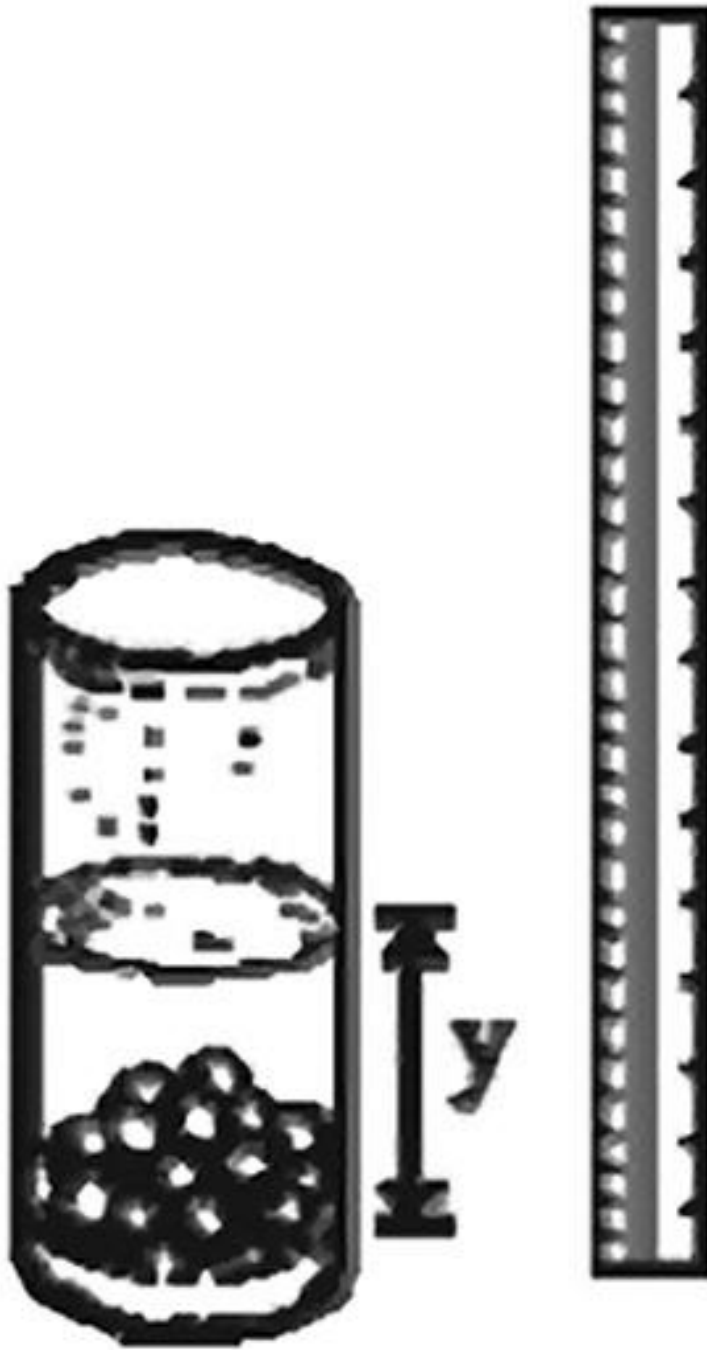
C. $100(n + 350) = 120(n + 150\ 000)$

D. $100(n + 350\ 000) = 120(n + 150\ 000)$

E. $350(n + 100\ 000) = 150(n + 120\ 000)$

Pág. 68

Atividade 2 (ENEM 2009)
Um exemplo consiste em colocar certa quantidade de bolas de vidro idênticas em um copo com água até certo nível de água, conforme ilustrado na figura a seguir. Como resultado do experimento, concluiu-se que o nível da água é função do número de bolas de vidro que são colocadas dentro do copo.



O quadro a seguir mostra alguns resultados do experimento realizado.

Número de bolas (x)	Nível de água (y)
5	6,35 cm
10	6,70 cm
15	7,05

Disponível em
www.panta.ufrgs.br
Acesso em: 13 jan. 2009
(adaptado)

Qual a expressão algébrica que permite calcular o nível da água (y) em função do número

de bolas(x)?

A $y = 30x$.

B $y = 25x + 20,2$.

C $y = 1,27x$.

D $y = 0,7x$.

E $y = 0,07x + 6$

Pág. 69

**Respostas das
atividades**

Situação problema 1

Plano D

Sabendo que o comprador quer pagar R\$ 160,00 por mês em sua conta de celular, para

encontrar a quantidade de minutos que o plano D oferece por esse valor, consideramos:

$$1,39 \times t = 160$$

Ou seja, o valor de cada minuto vezes a quantidade de minutos utilizados pelo comprador deve ser igual a R\$ 160,00.

Podemos fazer a operação inversa para descobrir a quantidade de minutos.

Ou seja, basta dividir o valor a ser pago pelo valor por minuto. Assim:

$$\frac{t = 160}{1,39}$$

$$t = 115,1$$

A quantidade de minutos (t) disponível pelo plano B é aproximadamente 115 minutos, pelo valor de R\$ 160,00 mensais.

Plano B

Para encontrar a quantidade de minutos que o plano D oferece por

R\$ 160,00 mensais,
consideramos:

$$83 + 0,71 \cdot (t - 90) = 160$$

Ou seja, 83 reais mais o valor da quantidade de minutos a serem utilizados que excederam o plano, isto é "t" (os minutos utilizados que não conhecemos) menos 90 min vezes 0,71 reais, sendo o valor total igual a 160,00 reais.

Desenvolvendo a equação, temos:

$$83 + 0,71 \cdot (t - 90) = 160$$

$$0,71 \cdot (t - 90) = 160 - 83$$

$$0,71 \cdot (t - 90) = 77$$

$$t - 90 = \frac{77}{0,71}$$

$$t - 90 = 108,45$$

$$t = 108,45 + 90$$

$$t = 198,45$$

Pág. 70

A quantidade de minutos (t) disponível pelo plano D é aproximadamente 198 minutos, pelo valor de R\$ 160,00 mensais.

Assim, podemos concluir que para o comprador, o plano D é mais vantajoso

que o plano B, já que oferece 83 minutos a mais, pelo mesmo valor.

Situação problema 2

Para calcular o peso de cada saco de farinha, sabendo que a balança está em equilíbrio, utilizamos a propriedade da igualdade que você aprendeu nesta unidade. Consideramos que o peso da farinha é uma incógnita x e escrevemos a situação na forma de uma equação:

$$50 + 1.250 + 2x = 1.800$$

Essa expressão matemática traduz a frase: o peso de uma manga, somado com o peso de uma melancia e com o peso de dois sacos de farinha é equivalente a 1800 gramas.

Para encontrar a solução da equação, temos:

$$50 + 1.250 + 2x = 1.800$$

$$1.300 + 2x = 1.800$$

$$1.300 + 2x - 1.300 =$$

$$1.800 - 1.300$$

$$2x = 500$$

$$\frac{2x}{2} = \frac{1.500}{2}$$

$$x = 250$$

De forma mais simplificada, poderíamos fazer, ainda:

$$50 + 1.250 + 2x = 1.800$$

$$1.300 + 2x = 1.800$$

$$2x = 1.800 - 1.300$$

$$2x = 500$$

$$x = \frac{500}{2}$$

$$x = 250$$

Pág. 71

E, assim, descobrimos

que cada saco de farinha pesa 250g.

Atividade 1

Para calcular o valor de x , temos:

$$3x + 300 = x + 1.000 + 500$$

$$3x - x = 1.000 + 500 - 300$$

$$2x = 1.200$$

$$x = 600 \text{ g}$$

Atividade 2

Resolvendo as equações, temos:

a.

$$8x - 150 = 3x - 400$$

$$8x - 3x = -400 + 150$$

$$5x = -250$$

$$x = \frac{-250}{5}$$

$$x = -50$$

b.

$$5x - 8 = x - 24$$

$$5x - x = -24 + 8$$

$$4x = -16$$

$$x = \frac{-16}{4}$$

$$x = -4$$

c.

$$350 - 3x = 200$$

$$-3x = 200 - 350$$

$$-3x = -150$$

$$x = \frac{-150}{-3}$$

$x = 50$ (lembre-se que, ao dividir ou multiplicar dois números negativos, o resultado é um número positivo.)

Pág. 72

Atividade 3

Resolvendo as equações, temos:

a.

$$7x = 4x + 90$$

$$7x - 4x = 4x + 90 - 4x$$

$$3x = 90$$

$$3x : 3 = 90 : 3$$

$x = 30$, pertence ao

conjunto dos números
Naturais.

b.

$$5x - 20 = x - 76$$

$$5x - 20 + 20 = x - 76 + 20$$

$$5x = x - 56$$

$$5x - x = x - 56 - x$$

$$4x = 56$$

$$4x : 4 = 56 : 4$$

$x = 14$, pertence ao
conjunto dos números
Naturais.

c.

$$\frac{x}{2} - 3 = x + 2$$

$$\frac{x}{2} - 3 + 3 = x + 2 + 3$$

$$\frac{x}{2} = x + 5$$

$$\frac{x}{2} - x = x + 5 - x$$

$$\frac{x}{2} = 5$$

$$- \frac{x}{2} = 5$$

$$- \frac{x}{2} \cdot (-2) = 5 \cdot (-2)$$

$x = -10$ pertencem ao conjunto dos números Inteiros.

d.

$$\frac{x - 2}{2} + 1 = \frac{x}{3} - 4$$

$$\frac{x - 2}{2} + 1 - 1 = \frac{x}{3} - 4 - 1$$

Pág. 73

$$\frac{x - 2}{2} = \frac{x}{3} - 5$$

$$\frac{x - 2}{2} - \frac{x}{3} = \frac{x}{3} - 5 - \frac{x}{3}$$

$$\frac{x - 2}{2} - \frac{x}{3} = -5$$

$$\left[\frac{x-2}{2} - \frac{x}{3} \right] \cdot 6 = -5.6$$

$$\frac{6 \cdot (x-2)}{2} - \frac{6 \cdot x}{3} = -30$$

$$3 \cdot (x-2) - 2x = -30$$

$$x - 6 = -30$$

$x = -24$ pertencem ao conjunto dos números inteiros.

e.

$$3 - \frac{x-3}{4} = 2x + 2$$

$$3 - \frac{x-3}{4} - 3 = 2x + 2 - 3$$

$$- \frac{x - 3}{4} = 2x - 1$$

$$- \frac{(x - 3) \cdot 4}{4} = (2x - 1) \cdot 4$$

$$- (x - 3) = 8x - 4$$

$$- x + 3 = 8x - 4 - 3$$

$$- x = 8x - 7$$

$$- x - 8x = -7$$

$$-9x = -7$$

$$-9x : (-9) = -7 : (9)$$

$$x = \frac{7}{9}, \text{ pertence ao}$$

conjunto dos números Racionais.

f.

$$6(34 + 2x) = 2(5x - 50)$$

$$204 + 12x = 10x - 100$$

$$204 + 12x - 204 = 10x - 100 - 204$$

$$12x = 10x - 304$$

Pág. 74

$$12x - 10x = 10x - 304 - 10x$$

$$12x - 10x = -304$$

$$2x = -304$$

$x = -152$ pertencem ao conjunto dos números Inteiros.

g.

$$3(5x - 180 + 45) = -4(x - 72)$$

$$15x - 540 + 135 = -4x + 288$$

$$15x - 405 = -4x + 288$$

$$15x + 4x = 288 + 405$$

$$19x = 693$$

$x = \frac{693}{19}$ pertencem ao

conjunto dos números Racionais.

O que perguntam por aí?

Atividade 1

Resposta: A

Atividade 2

Resposta: E

Unidade 4

Pág. 5

Equações do segundo grau

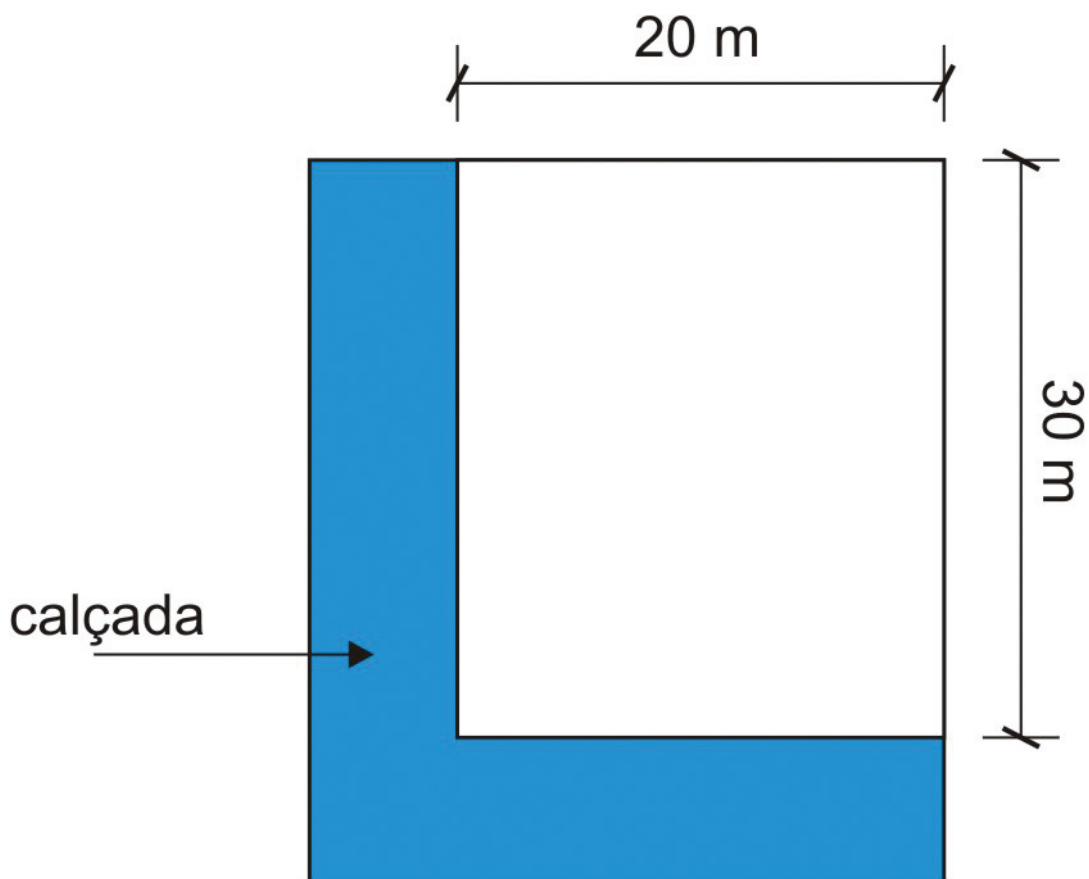
Para início de conversa...

Nesta unidade, vamos avançar um pouco mais nas resoluções de equações. Na unidade anterior, você estudou sobre as equações de primeiro grau. Desta vez, vamos focar nas equações do segundo grau. Esses tipos de

equações ajudarão a resolver problemas como este:

Um operário foi contratado para construir uma calçada em volta de dois lados de um terreno retangular, como mostra a figura a seguir.

Um operário foi contratado para construir uma calçada em volta de dois lados de um terreno retangular, como mostra a figura a seguir.



O terreno mede 20m por 30m e a calçada deve ter sempre a mesma largura em ambos os lados. Sabendo que o operário dispõe de 72m^2 de lajotas

para fazer a obra, qual deve ser a largura da calçada?

Perceba que, nesse caso, a primeira coisa que precisamos é organizar o problema de tal forma que possamos encontrar a medida procurada. A organização, desta vez, cairá em uma equação do segundo grau. Tente encontrar a equação e se você já sabe como resolvê-la, vá em frente. Se não souber, não se

preocupe, ao final de unidade retornaremos a esse problema e você verá que não há segredos.

Pág. 6

Objetivos de aprendizagem

- .Reconhecer equações do segundo grau.
- .Resolver equações do segundo grau completas e incompletas.

.Utilizar equações do segundo grau, para resolver problemas.

Pág. 7

Seção 1

E agora? O x está elevado ao quadrado

As equações do segundo grau são aquelas que apresentam sua incógnita com grau (expoente) igual a 2. Elas podem aparecer de quatro formas:

$$1. ax^2=0$$

$$2. ax^2 + c=0$$

$$3. ax^2 + bx=0$$

$$4. ax^2 + bx + c=0$$

Nessas equações, a , b e c representam números, denominados coeficientes da equação. Veja alguns exemplos de equações do segundo grau:

$$1. 2x^2=0$$

$$2. x^2 - 4=0$$

$$3. 3x^2 + 3x=0$$

$$4. x^2 - 5x + 6=0$$

Inicialmente, vamos resolver equações do segundo grau, nas quais a letra **x** só aparece na forma **x²**, como nos casos 1 e 2 ($2x^2=0$ e $x^2 - 4=0$), mostrados acima.

Utilizaremos a mesma ideia do princípio da igualdade, já vista anteriormente.

Para começar, considere a seguinte equação:

$$x^2 - 25 = 0$$

Somando 25 em ambos os lados da igualdade teremos:

$$x^2 = 25$$

Observe que o valor de x procurado é aquele que elevado ao quadrado tem como resultado 25. O primeiro número que nos vem à mente seria 5. Mas não podemos nos esquecer que $(-5)^2 = 25$; logo, -5 também é um possível valor.

Assim, teríamos duas possíveis soluções: $x = 5$ e $x = -5$.

Poderíamos ainda utilizar o seguinte raciocínio:

$$x^2 - 25 = 0$$

Somando 25 em ambos os lados da igualdade teremos

$$x^2 = 25$$

Pág.8

Se estamos procurando um valor para x que elevado ao quadrado dá 25, podemos pensar que

o valor procurado nada mais é do que a raiz quadrada de 25, que é 5. No entanto, temos de considerar que a raiz quadrada de um número ao quadrado é o **módulo** desse número. Assim:

$$\sqrt{x^2} = \sqrt{25} \text{ e, como}$$

$|x|$, temos que:

$|x|=25$ (Lê-se módulo de x é igual a 25.)

$$x = \pm 25$$

ou

$$x = \pm 5$$

Logo, teríamos duas possíveis soluções: $x = 5$ e $x = -5$.

Módulo

O módulo de um número x é representado por $|x|$ e temos:

$$|x| = \begin{cases} x & \text{se } x \geq 0 \\ -x & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

Por exemplo: $|5| = 5$ e $|-5| = -(-5) = 5$

Situação problema 1

Muitos povos antigos tinham um conhecimento

matemático muito desenvolvido e estruturado. Esse era o caso dos egípcios. Alguns textos conhecidos dessa civilização mostram que eles resolviam equações do segundo grau para solucionar problemas do seu dia a dia, embora, pelo que se tem conhecimento só lidavam com equações do segundo grau bem simples. Por exemplo, no **papiro de Moscou**, que data de aproximadamente 1850 a.C., é pedido para que se calcule a base de um

retângulo de área igual a 12
cuja altura é $\frac{3}{4}$ de sua base

Atividade

Como esse problema poderi
ser escrito em linguagem
matemática atual? Qual
seria a sua solução?

Pág. 9

Papiro de Moscou

Os dois documentos mais
importantes de que
dispomos para o estudo da
Matemática egípcia são: o
papiro Rhind e o papiro de
Moscou, este último de
autoria desconhecida.

Atividade 1

Utilizando seus conhecimentos de potenciação, radiciação e equações do primeiro grau, resolva as equações.

a. $2x^2 - 200 = 0$

b. $5x^2 + 20 = 25$

c. $9x^2 - 18 = 0$

Importante

- Para realizar essa atividade, você pode utilizar sua calculadora para encontrar os valores

aproximados das raízes quadradas.

- Perceba que nem todas as raízes terão como resultado números inteiros. Nesse caso, você poderá optar por deixar o resultado na forma de raiz mesmo.

- Raízes quadradas de números negativos não pertencem ao conjunto numérico que estamos considerando agora.

Portanto, toda vez (aqui, nesse contexto) que isso ocorrer, considere a

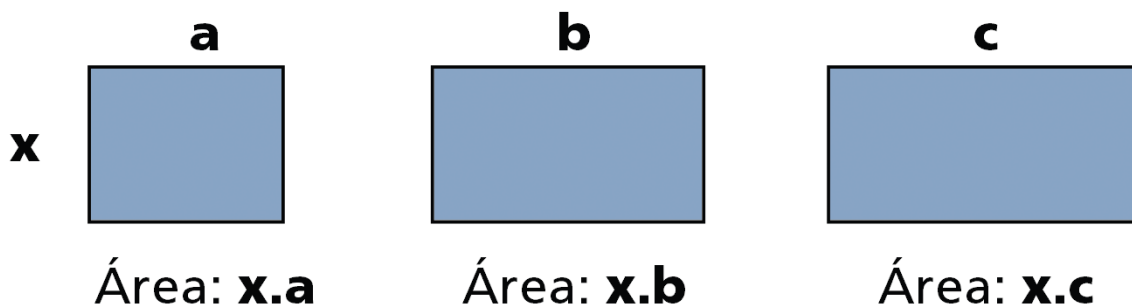
equação como insolúvel, ou seja, equação não tem solução. Isto é: não existem valores de x que satisfaçam a igualdade. Nesse caso, a equação é insolúvel no conjunto dos números Reais!!!

Pág. 10

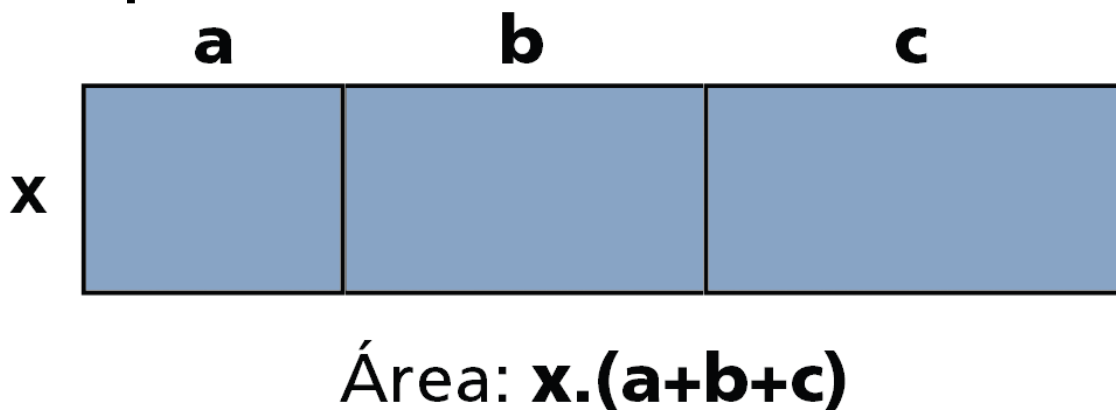
Seção 2

Resolvendo equações do segundo grau, colocando um fator comum em evidência
Observe os retângulos a seguir, suas medidas e

suas áreas:



Agora observe os
mesmos três retângulos
dispostos de outra forma:



Podemos então dizer que
 $x.a +$
 $x.b + x.c + x.(a+b+c)$. O
processo de passagem da

primeira representação para a segunda é o que denominamos fatoração, ou seja, a escrita de uma expressão ou número em forma de multiplicação. No caso mostrado anteriormente, o processo de fatoração utilizado é denominado **fator comum em evidência**, que corresponde a multiplicar a expressão dada pelo fator comum, no caso, **x**. Vamos agora utilizar este processo, para resolver

algumas equações do segundo grau. Observe.

$$x^2 - 60x = 0$$

Vamos colocar o **x** em evidência:

$$x \cdot (x - 6) = 0$$

Observe que temos uma multiplicação de x por $(x - 6)$. Essa multiplicação deve ter zero como resultado. Para que isso ocorra, temos duas possibilidades: ou x é igual a zero ou $(x - 6)$ é igual a zero. Isso nos

levará aos possíveis valores para x :

$$x=0$$

Ou

$$x-6 = 0 \rightarrow x=6$$

Logo, temos duas possíveis soluções: $x = 0$ e $x = 6$.

Pág. 11

Atividade 2

Vamos agora utilizar o fator comum em evidência, para resolver as equações do segundo grau a seguir:

a. $3x^2 - x = 0$

$$b. 2x^2 + 23x = 0$$

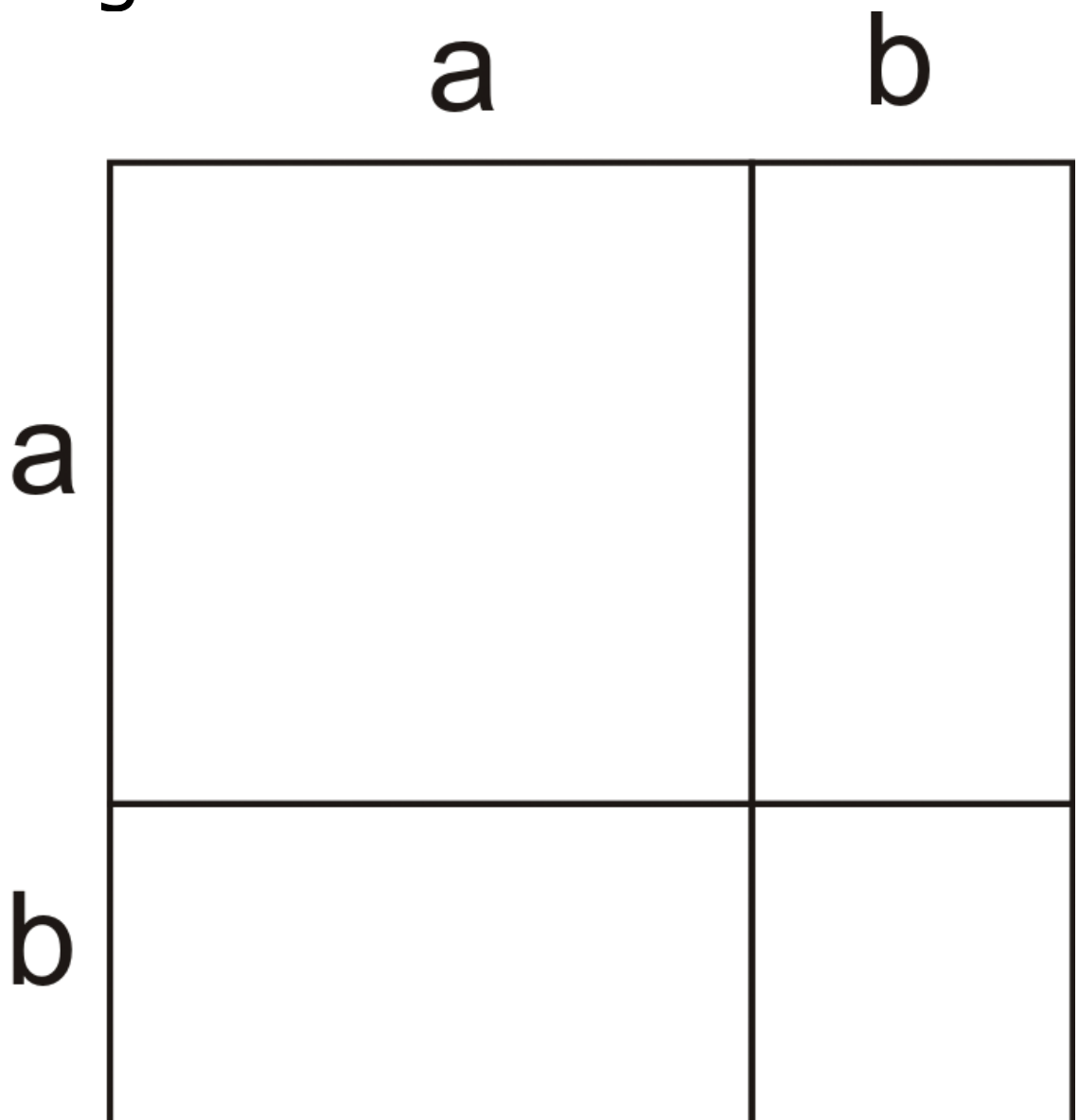
$$c. 5x^2 - 56x = 0$$



Pág. 12
Seção 3
Resolvendo
equações do

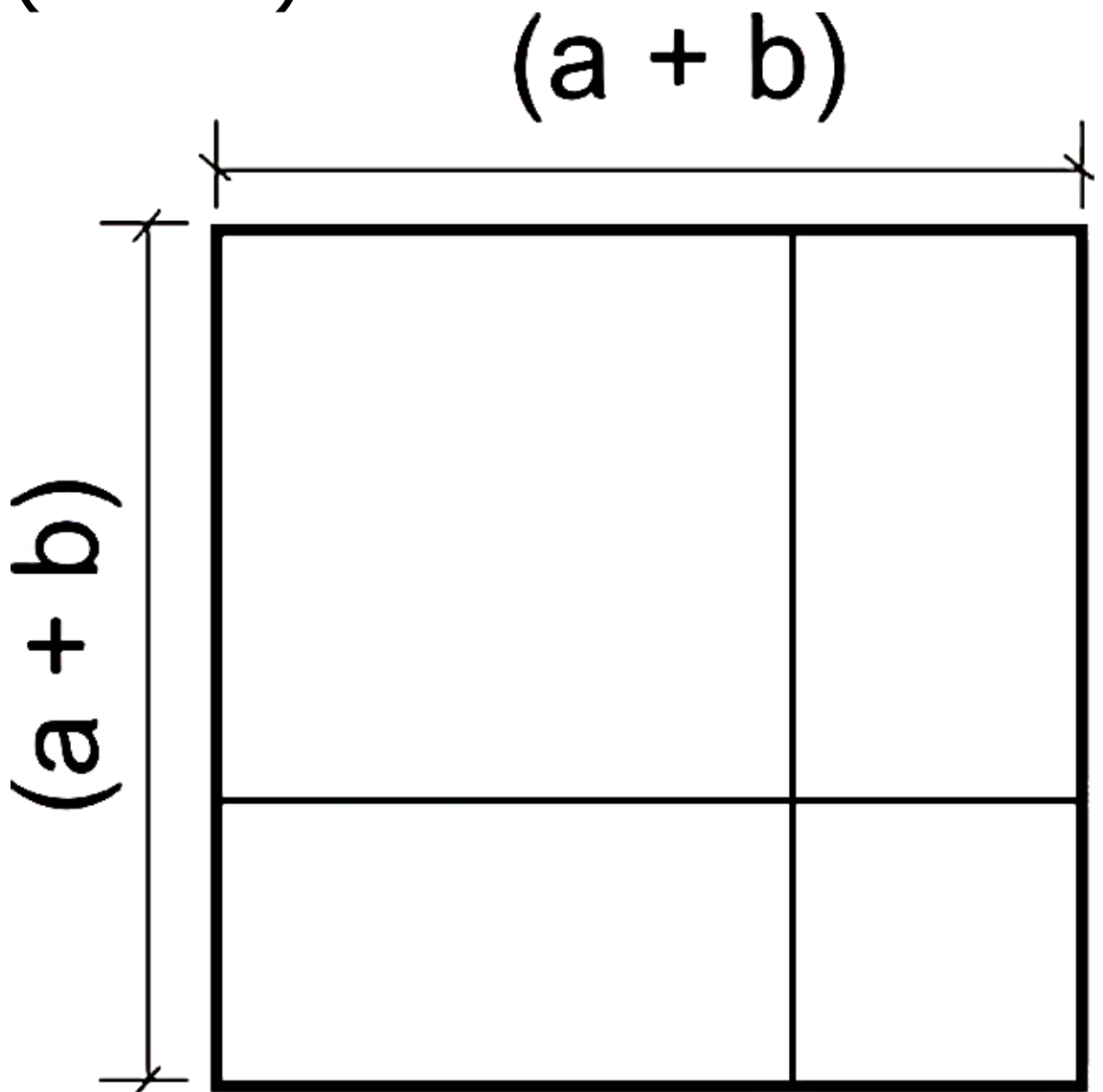
segundo grau, utilizando outro caso de fatoração

Observe o quadrado a
seguir:

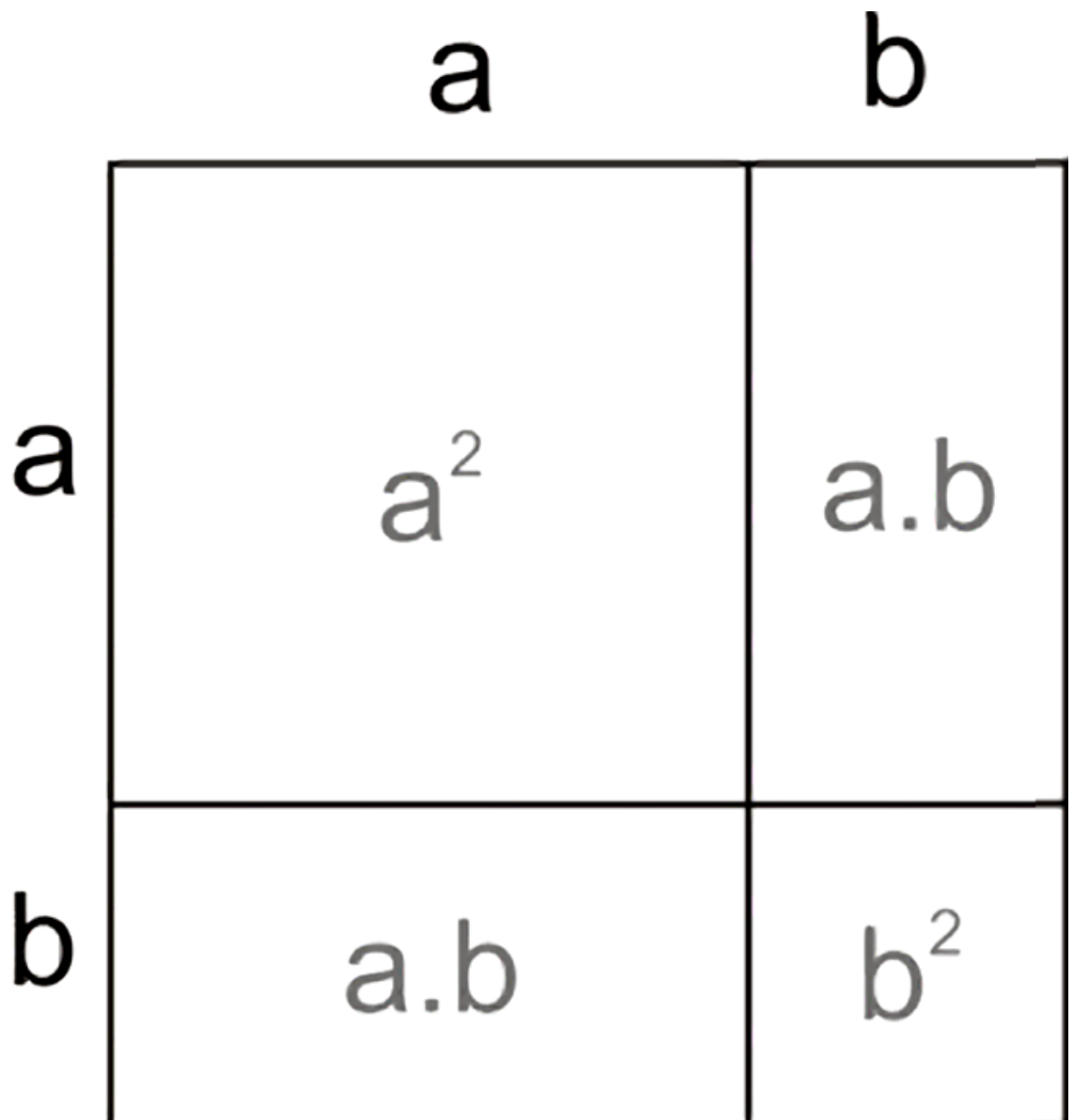


Há duas formas de
representar sua área:

1. A primeira seria fazendo
 $(a + b) \cdot (a + b)$. Ou seja,
 $(a + b)^2$.



2. A segunda seria a partir da soma das suas partes fazendo $a^2 + 2.ab. + b^2$.



Pág.13

Podemos então dizer que $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ ou $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$.

A primeira forma de escrita, $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$, é um **produto notável** conhecido com o nome de **quadrado da soma de dois termos**.

A segunda igualdade, $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$, é uma fatoração já que transforma uma expressão algébrica em um produto e leva o

nome de **trinômio
quadrado perfeito.**

Vamos começar
resolvendo a seguinte
equação:

$$(x + 3)^2 = 0$$

Para que a igualdade seja verdadeira, é necessário considerar que $(x + 3)$ deve ser um valor que elevado ao quadrado tem zero como resultado. Ora, apenas o próprio zero satisfaz. Logo:

$$x + 3 = 0$$

Então,

$$x = -3$$

Portanto, neste caso, teríamos apenas um resultado possível para x .

Utilizando a ideia de produtos notáveis, podemos perceber que:

$$(x + 3)^2 = x^2 + 6x + 9$$

Dessa forma, poderíamos resolver a equação:

$$x^2 + 6x + 9 = 0$$

Substituindo $x^2 + 6x + 9$ por $(x + 3)^2$, assim:

$$(x + 3)^2 = 0$$

O que nos levaria ao resultado $x = -3$, como calculado anteriormente.

Atividade 3

Resolva agora as seguintes equações do segundo grau:

a. $(x - 4)^2 = 0$

b. $(x + 5)^2 = 0$

c. $(x - 9)^2 = 0$

Atividade 4

Desenvolva os seguintes produtos notáveis:

a. $(x - 4)^2 =$

b. $(x + 5)^2 =$

c. $(x - 8)^2 =$

Atividade 5

Utilizando as fatorações vistas anteriormente, resolva as seguintes equações:

a. $x^2 - 8x + 16 = 0$

b. $x^2 + 10x + 25 = 0$

c. $x^2 - 16x + 64 = 0$

Seção 4

Uma fórmula para resolver equações do segundo grau

Os métodos que vimos anteriormente são

maneiras rápidas de resolvermos equações do segundo grau que possuem características especiais. No entanto, há uma fórmula que nos auxilia na resolução de qualquer tipo de equação do segundo grau, inclusive as anteriormente citadas. A fórmula para equações do tipo $a.x^2 + b.x + c = 0$, é a seguinte:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{a}$$

Pág. 15

Saiba Mais

No Brasil, essa fórmula é conhecida como Fórmula de Báskara. Machado (2003), no entanto, afirma que essa denominação é exclusividade do Brasil. Em outros países, ela é conhecida simplesmente como a fórmula geral para resolução da equação do segundo grau, sem qualquer referência a Báskara, que foi um matemático

indiano do século XII. A descoberta da fórmula costuma ser atribuída aos babilônios antigos e sua formalização ao matemático persa Al-Khowarizmi.

Uma demonstração dessa fórmula:

$$ax^2 + bx + c = 0 \iff$$

$$(4a)(ax^2 + bx + c) =$$

$$(4a).0 \iff$$

$$4a^2x^2 + 4abx + 4ac = 0 \iff$$

$$(2ax)^2 + 2(2ax)b = -4ac \iff$$

$$(2ax)^2 + 2(2ax)b + b^2 = -4ac + b^2 \iff$$

$$(2ax + b)^2 = b^2 - 4ac \iff$$
$$|2ax + b| = \sqrt{b^2 - 4ac}$$

Pela definição de módulo,
temos:

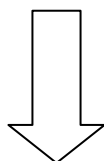
$$2ax + b = \sqrt{b^2 - 4ac} \iff$$

$$2ax = \sqrt{b^2 - 4ac} - b \iff$$

$$X = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Portanto,

$$x = \begin{cases} x = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} & r_1 \\ x = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} & r_2 \end{cases}$$



$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Vamos resolver uma equação, utilizando a fórmula:

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

Considerando a representação $a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0$, temos, nesse caso, os seguintes valores: $a = 1$; $b = -5$; $c = 6$.

Substituindo esses valores na fórmula teremos:

$$x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6}}{2 \cdot 1}$$

Pág. 16

Resolvendo:

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 24}}{2}$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{1}}{2}$$

$$x = 5 + 1 \left\{ \begin{array}{l} x_1 = \frac{5 + 1}{2} = \frac{6}{2} = 3 \\ x_2 = \frac{5 - 1}{2} = \frac{4}{2} = 2 \end{array} \right.$$

Logo, temos duas possíveis soluções: $x = 3$ e $x = 2$.

Situação problema 2

Os babilônios também tinham conhecimentos matemáticos aprimorados e, pelos que os estudiosos falam, superiores aos egípcios. Eles tinham um sistema de numeração próprio e deixaram muita coisa sobre o que faziam escrita em tabletes de argila, usando uma

escrita, chamada cuneiforme, feita com estilete.

Um dos tabletes encontrados por arqueólogos mostra um problema relacionado às equações do segundo grau. Escrito em nossa linguagem, o problema diz o seguinte: ache o lado de um quadrado, se a sua área subtraída pelo seu lado é igual a 870.

Atividade

Escreva o problema em

linguagem matemática atual. Qual é a sua solução?

Atividade 6

Resolva as seguintes equações, utilizando a fórmula resolvente da equação do segundo grau.

a. $x^2 - x - 2 = 0$

$x_1 =$

$x_2 =$

b.

$x^2 + 9x + 8 = 0$

$x_1 =$

$x_2 =$

$$c. x^2 - x - 20 = 0$$

$$x_1 =$$

$$x_2 =$$

$$d. x^2 - 8x + 7 = 0$$

$$x_1 =$$

$$x_2 =$$

$$e. x^2 - 3x - 4 = 0$$

$$x_1 =$$

$$x_2 =$$

Momento de reflexão

As equações do segundo grau são utilizadas em contextos diversos. A Física, por exemplo, faz uso delas no estudo no

Movimento

Uniformemente Variado.

É comum pensarmos que a compreensão desse tipo de equação passe simplesmente pela aplicação de uma fórmula. Nesta unidade, no entanto, pudemos ver que o mais importante é a compreensão de que o processo de resolução é uma consequência do princípio da igualdade estudada na unidade anterior e que a fórmula é

decorrente desse processo.

Releia os processos aqui trabalhados e refaça as equações que teve maiores dificuldades.

Outra dica: refaça as Atividades 1, 2 e 5, utilizando a fórmula e compare com os resultados encontrados anteriormente. Não deixe de relatar por escrito o que percebeu, isso pode auxiliar os seus estudos posteriormente.

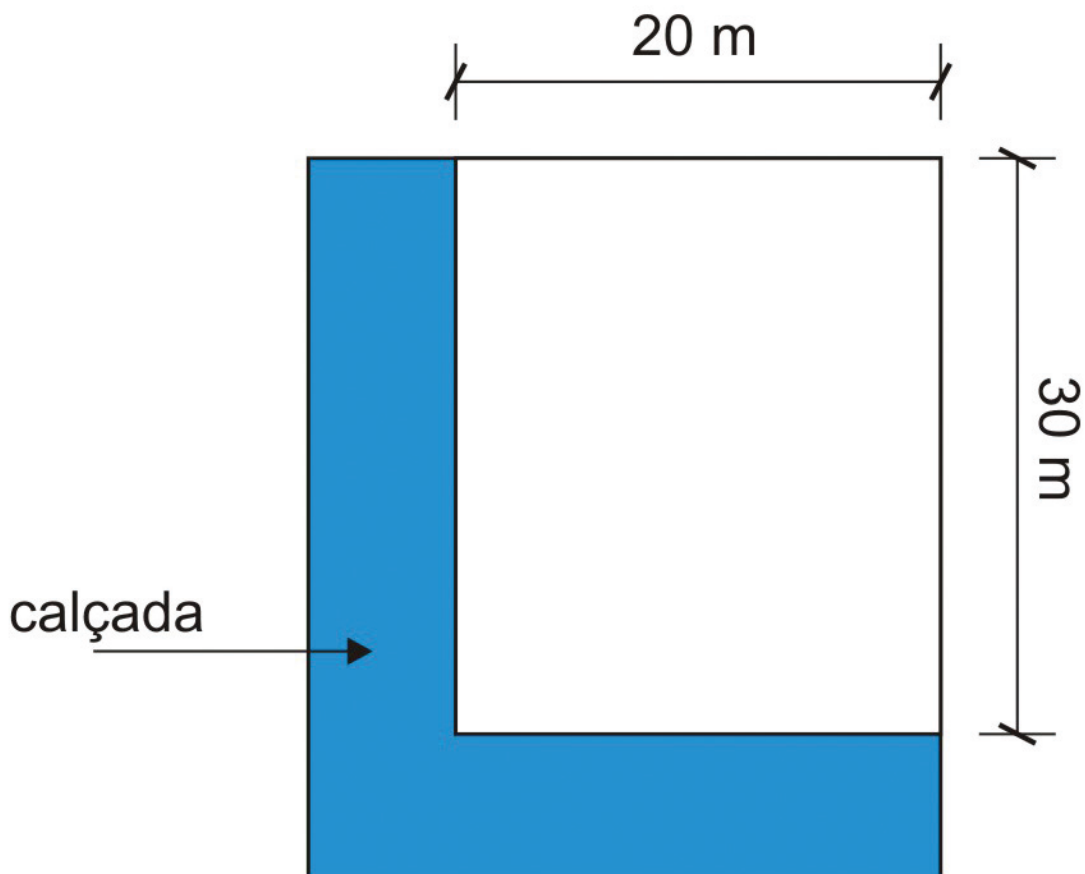
Pág. 18

Voltando à conversa inicial...

Agora que podemos estudar um pouco sobre equações do segundo grau, podemos voltar ao nosso problema inicial para resolvê-lo.

Observe novamente o terreno e a calçada que

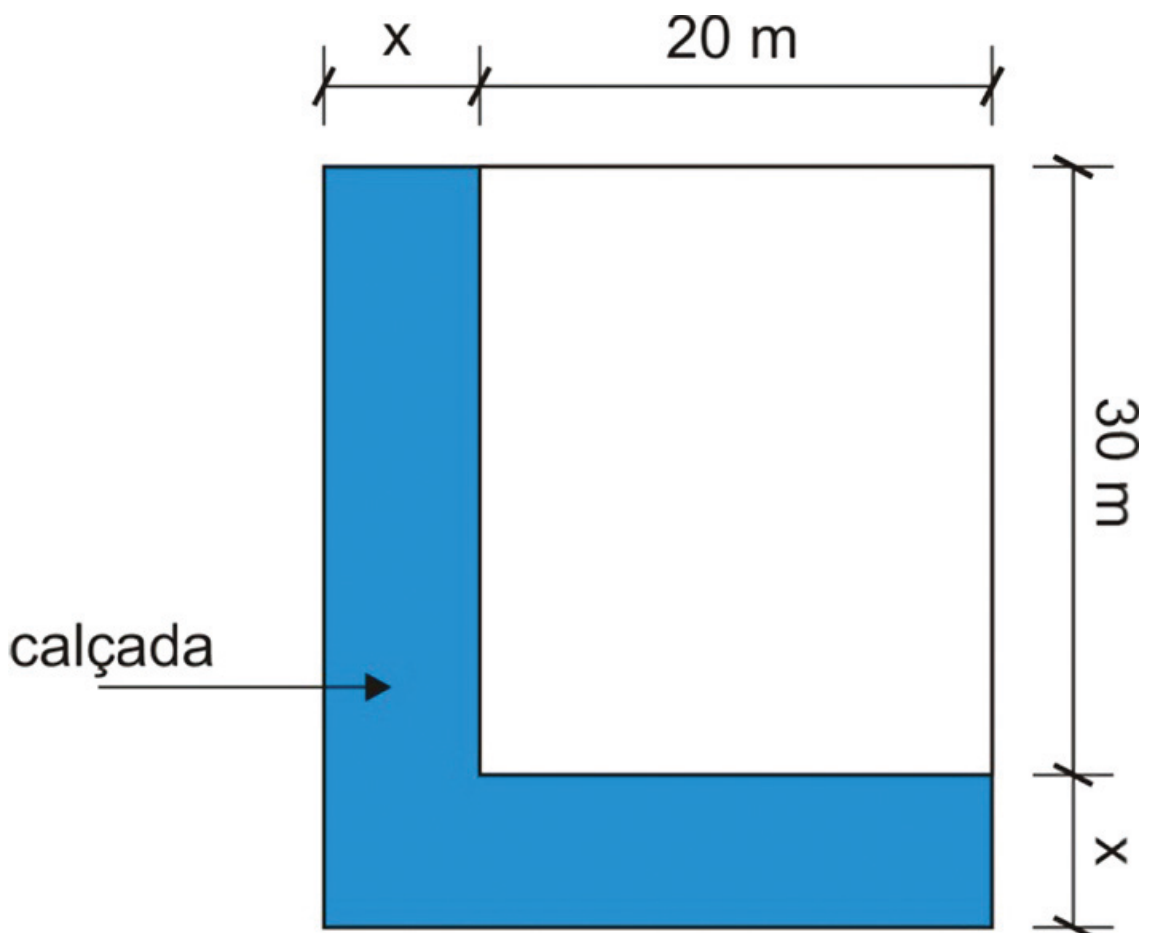
deverá ser construída:



O problema menciona o fato de a calçada ter a mesma largura em ambos os lados. Vamos denominá-la de x .

Importante

Utilize a calculadora para encontrar um valor aproximado, uma vez que você se deparará com raiz quadrado não inteira.



A área da calçada é conhecida, pois coincide com a área de lajotas que o pedreiro pretende utilizar. Vamos, então, separar a calçada em retângulos para que possamos calcular tal medida.

Pág. 19

São três retângulos, medidos em metro.

a. O primeiro possui medidas 30 e x ;

b. O segundo x e x ;

c. O terceiro x e 20.

As áreas são as seguintes:

a. Primeiro retângulo \rightarrow
 $30x$

b. Segundo retângulo \rightarrow
 x^2

c. Terceiro retângulo \rightarrow
 $20x$

A área total é a soma dessas três medidas; portanto,

$$30x + x^2 + 20x = x^2 + 50x$$

Essa medida deve ser igual à área das lajotas à disposição (72 m^2).

Assim:

$$x^2 + 50x = 72$$

O que origina a seguinte equação do segundo grau.

$$x^2 + 50x - 72 = 0$$

Pág. 20

Logo,

$$a = 1$$

$$b = 50$$

$$c = - 72$$

Substituindo esses valores na fórmula, teremos:

$$x = \frac{(-50) \pm \sqrt{(50)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-72)}}{2 \cdot 1}$$

Resolvendo:

$$x = \frac{(-50) \pm \sqrt{2500 + 288}}{2}$$

$$x = \frac{(-50) \pm \sqrt{2788}}{2}$$

$$x = \frac{(-50) \pm 52,8}{2}$$

$$x = \frac{-50 + 52,8}{2} = \frac{2,8}{2} = 1,4$$

$$x = \frac{-50 - 52,8}{2} = \frac{-102,8}{2} = -51,4$$

O valor procurado é, portanto, 1,4 m, uma vez que não há medida negativa.

Observação: a raiz quadrada de 2788 foi aproximada para 52,8 já que não é exata.

Veja ainda

Há um método bem interessante para resolver equações do segundo

grau. O método é conhecido como “completar quadrados”. Observe, a equação a seguir:

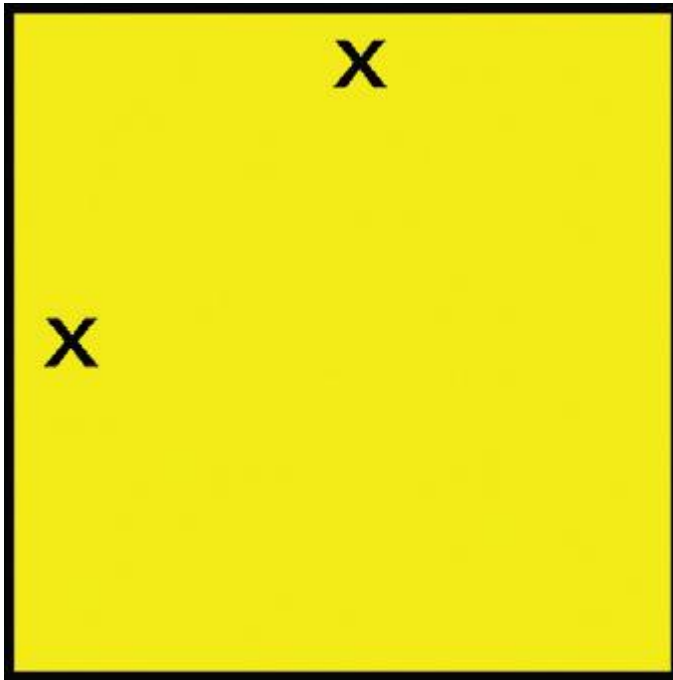
Vamos resolver, utilizando recursos geométricos, a equação do segundo grau:

$$x^2 + 10x - 39 = 0$$

.Primeiro vamos reescrevê-la assim:

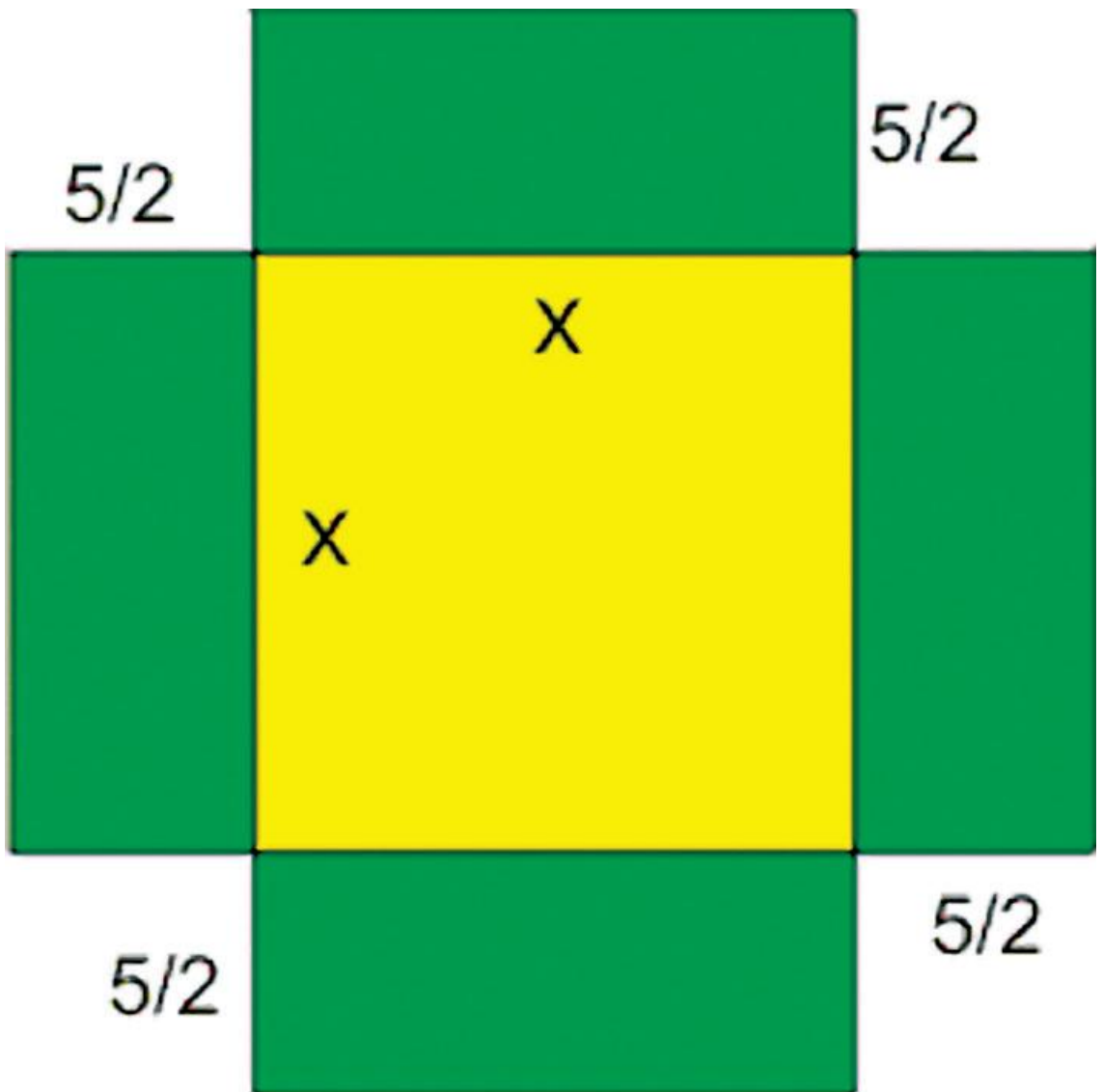
$$x^2 + 10x = 39$$

.Representemos um quadrado de lado x ; logo, com área x^2 .



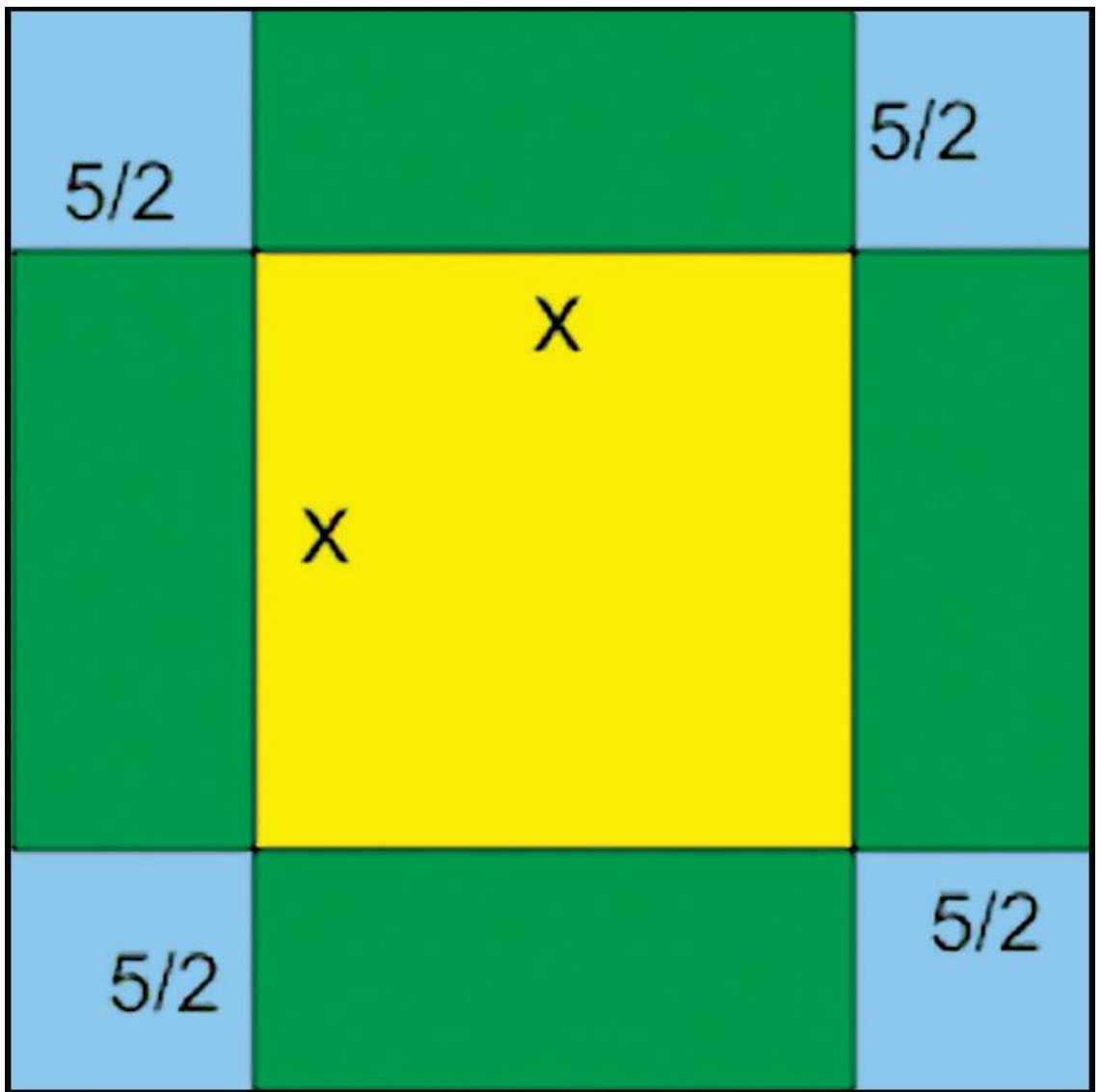
Pág. 21

Representemos, agora, quatro retângulos de lados x e 52 , de forma que sua área seja $52x$ e os quatro juntos tenham área $10x$.



Perceba que juntas as cinco figuras possuem área igual a $x^2 + 10x$, que é exatamente o que temos antes da igualdade

da equação. Lembrem que essa área também é igual a 39, já que $x^2 + 10x = 39$. Completando a figura de forma que tenhamos um grande quadrado, teremos:



Observem que:

1. esse novo quadrado possui área igual a $(x + 5)^2$, pois cada um de seus lados mede $(x + 5)$;

2. essa área é a anterior
(39) acrescentada de 25
($4 \times \left(\frac{5}{2}\right)^2$) Logo, podemos

concluir que:

$$(x + 5)^2 = 39 + 25$$

$$(x + 5)^2 = 65$$

$$\sqrt{x + 5} = 8$$

$$x_1 = 3$$

$$x_2 = -13$$

Pág. 22

Referências Livros.

MACHADO, F. et al. Por

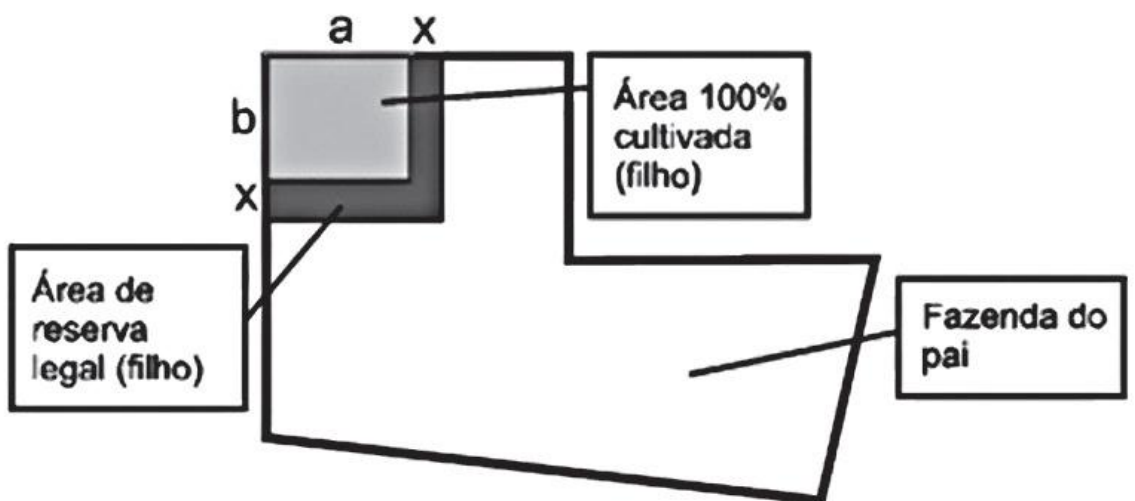
que Báskhara?. In:
História e Educação
Matemática, vol 2, no 2,
jan/jun 2003, pp.119-
166. . PITOMBEIRA, J. B.
Revisitando uma velha
conhecida. Departamento
de Matemática, PUC-Rio,
2004, pp. 1 – 41. .
REFATTI, L. R.;
BISOGNIN, E. Aspectos
Históricos e Geométricos
da Educação Quadrática.
Disc, Scientia. Série:
ciências humanas e
tecnológicas, s. Maria, vol
6, no 1, 2005, pp.79-95.

Pág. 23

O que perguntam por aí?

Atividade 1 (adaptada de ENEM 2009)

Questão 72



Um fazendeiro doa, como incentivo, uma área retangular de sua fazenda

para seu filho, que está indicada na figura como 100% cultivada. De acordo com as leis, deve-se ter uma reserva legal de 20% de sua área total. Assim, o pai resolve doar mais uma parte para compor a reserva para o filho, conforme a figura. De acordo com a figura acima, o novo terreno do filho cumpre a lei, após acrescentar uma faixa de largura x metros contornando o terreno cultivado, que se

destinará à reserva legal (filho). O dobro da largura da faixa é aproximadamente:

Considere

a. 32

b. 40 m

c. 48 m

d. 56 m

e. 64 m

Pág. 24

Respostas das atividades

Situação problema 1

Sabemos que: base \times altura = área de um retângulo. Logo, ao

escrever o problema do papiro de Moscou em linguagem matemática atual, temos:

$$\underline{3x} \cdot x = 12$$

4

$$\underline{3x^2} = 12$$

4

$$\underline{3x^2} \cdot 4 = 12 \cdot 4$$

4

$$3x^2 = 48$$

$$\underline{3x^2} = \underline{48}$$

3

3

$$x = 4$$

Embora $x = -4$ também seja uma solução possível

para essa equação, não é uma resposta válida para o problema uma vez que não há medida negativa para a base de um retângulo. A solução é, portanto, apenas $x = 4$.

Atividade 1

Ao resolver as equações, você deve ter encontrado os seguintes resultados:

a.

$$2x^2 - 200 = 0$$

$$2x^2 = 200$$

$$x^2 = \frac{200}{2}$$

$$x^2 = 100$$

$$x = 10 \text{ ou } x = -10$$

b.

$$5x^2 = 25 - 20$$

$$5x^2 = 5x$$

$$x^2 = \frac{5}{5}$$

$$x^2 = 1$$

$$x = 1 \text{ ou } x = -1$$

c.

$$9x^2 - 18 = 0$$

$$9x^2 = 18$$

$$x^2 = \frac{18}{9}$$

$$x^2 = 2$$

$$x = \sqrt{2} \text{ ou } x = -\sqrt{2}$$

Pág. 25

Atividade 2

Ao resolver as equações, você deve ter encontrado os seguintes resultados:

a.

$$3x^2 - x = 0$$

$$x \cdot (3x - 1) = 0$$

Como o produto de dois números reais só dá zero se um deles for zero, teremos:

$$x = 0$$

ou

$$3x-1=0 \rightarrow 3x=1 \rightarrow x=1/3$$

b.

$$2x^2 + 23x = 0$$

$$x \cdot (2x + 23) = 0$$

$$x = 0 \text{ ou}$$

$$2x+23=0 \rightarrow 2x=-23 \rightarrow$$

$$x=-23/2$$

c.

$$5x^2 - 56x = 0$$

$$x \cdot (5x - 56) = 0$$

$$x = 0$$

ou

$$5x-56=0 \rightarrow 5x=56 \rightarrow x$$

$$= \underline{\underline{56}}$$

$$5$$

Atividade 3

Ao resolver as equações,
você deve ter encontrado
os seguintes resultados:

a. $(x - 4)^2 = 0$

$$x - 4 = 0$$

$$x = 4$$

Pág. 26

b.

$$(x + 5)^2 = 0$$

$$x + 5 = 0$$

$$x = -5$$

c. $(x - 9)^2 = 0$

$$x - 9 = 0$$

$$x = 9$$

Atividade 4

Você deve ter encontrado
os seguintes produtos

notáveis:

$$\begin{aligned}(x - 4)^2 &= (x - 4).(x - 4) \\ &= x.x - 4.x + x.(-4) - \\ &4.(-4) = x^2 - 4x - 4x + \\ &16 = x^2 - 8x + 16\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(x + 5)^2 &= (x + 5).(x + \\ &5) = x.x - 5.x + x.5 + \\ &5.5 = x^2 + 5x + 5x + 25 \\ &= x^2 + 10x + 25\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(x - 8)^2 &= (x - 8).(x - 8) \\ &= x.x - 8.x + x.(-8) - \\ &8.(-8) = x^2 - 8x - 8x + \\ &64 = x^2 - 16x + 64\end{aligned}$$

Atividade 5

Utilizando as fatorações vistas anteriormente você deve ter encontrado os seguintes resultados:

$$x^2 - 8x + 16 = 0$$

$$(x - 4)^2 = 0$$

$$x = 4$$

$$x^2 + 10x + 25 = 0$$

$$(x + 5)^2 = 0$$

$$x = -5$$

$$x^2 - 16x + 64 = 0$$

$$(x - 8)^2 = 0$$

$$x = 8$$

Pág. 27

Situação problema 2

Escrevendo o problema

“ache o lado de um quadrado se a sua área subtraída pelo seu lado é igual a 870” em linguagem matemática atual, temos: A equação pode ser escrita assim:

$$x^2 - x = 870$$

Ou

$$x^2 - x - 870 = 0$$

Logo,

$$a = 1$$

$$b = - 1$$

$$c = - 870$$

Substituindo esses valores na fórmula temos:

$$x = \frac{-(-1 \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-870)})}{2 \cdot 1}$$

Resolvendo:

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 3480}}{2}$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{3481}}{2}$$

$$x = \frac{1 \pm 59}{2}$$

$$x_1 = \frac{1 + 59}{2} = \frac{60}{2} = 30$$

$$x_2 = \frac{1 - 59}{2} = \frac{-58}{2} = -29$$

Como x é uma medida, apenas $x = 30$ pode ser solução para o problema.

Atividade 6

Utilizando a fórmula resolutive da equação do segundo grau, você deve ter encontrado os seguintes resultados:

Pág. 28

a.

$$x^2 - x - 2 = 0$$

$$x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-2)}}{2 \cdot 1}$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 8}}{2.1}$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{9}}{2.1}$$

$$x = \frac{1 \pm 3}{2}$$

$$x_1 = \frac{1 + 3}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

$$x_2 = \frac{1 - 3}{2} = -\frac{2}{2} = -1$$

$$b. x^2 + 9x + 8 = 0$$

$$x = \frac{-(9) \pm \sqrt{(9)^2 - 4.1(8)}}{2.1}$$

$$x = \frac{-9 \pm \sqrt{81 + 32}}{\underline{2.1}}$$

$$x = \frac{-9 \pm \sqrt{49}}{2.1}$$

$$x = \frac{-9 \pm 7}{2}$$

$$x_1 = \frac{-9 + 7}{2} = -\frac{2}{2} = -1$$

$$x_2 = \frac{-9 - 7}{2} = -\frac{16}{2} = -8$$

$$c. x^2 - x - 20 = 0$$

$$x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-20)}}{2.1}$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 80}}{2.1}$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{81}}{2.1}$$

$$x = \frac{1 \pm 9}{2}$$

$$x_1 = \frac{1 + 9}{2} = \frac{10}{2} = 5$$

$$x_2 = \frac{1 - 9}{2} = -\frac{8}{2} = -4$$

Pág. 29

d. $x^2 + 8x + 7 = 0$

$$x = \frac{-(-8) \pm \sqrt{(8)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (7)}}{2 \cdot 1}$$

$$x = \frac{8 \pm \sqrt{64 - 28}}{2 \cdot 1}$$

$$x = \frac{8 \pm \sqrt{36}}{2 \cdot 1}$$

$$x = \frac{8 \pm 6}{2}$$

$$x_1 = \frac{8 + 6}{2} = \frac{14}{2} = 7$$

$$x_2 = \frac{8 - 6}{2} = 2 = \frac{1}{2}$$

$$\text{e. } x^2 - 3x - 4 = 0$$

$$x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-4)}}{2 \cdot 1}$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{9 + 16}}{2 \cdot 1}$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{25}}{2 \cdot 1}$$

$$x = \frac{3 \pm 5}{2}$$

$$x_1 = \frac{3 + 5}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

$$x_2 = \frac{3 - 5}{2} = -\frac{2}{2} = -1$$

O que perguntam por aí?

Atividade 1

Resposta: D